

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 812 649**

51 Int. Cl.:

G01S 7/52 (2006.01)

G01S 15/89 (2006.01)

G10K 11/34 (2006.01)

G01S 7/285 (2006.01)

G01S 7/48 (2006.01)

G01S 7/486 (2010.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **23.08.2017** E 17187412 (6)

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **06.05.2020** EP 3447525

54 Título: **Método de reconstrucción de imágenes basado en modelo**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:
17.03.2021

73 Titular/es:

**ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE
LAUSANNE (EPFL) (100.0%)
EPFL-TTO, EPFL Innovation Park J
1015 Lausanne, CH**

72 Inventor/es:

**BESSON, ADRIEN;
PERDIOS, DIMITRIS;
ARDITI, MARCEL y
THIRAN, JEAN-PHILIPPE**

74 Agente/Representante:

VIDAL GONZÁLEZ, Maria Ester

ES 2 812 649 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Método de reconstrucción de imágenes basado en modelo

5 Campo técnico

La presente invención se refiere a un método de reconstrucción de imágenes basado en modelo adecuado para usarse, por ejemplo, en la formación de imágenes por ultrasonido. La invención también se refiere a un aparato de formación de imágenes para llevar a cabo el método.

10

Antecedentes de la invención

Las aplicaciones de formación de imágenes de ondas de pulso, como las aplicaciones de formación de imágenes de ultrasonido (US), pueden usarse en varios campos técnicos. En aplicaciones médicas, se usa para ver estructuras internas del cuerpo tales como tendones, músculos, articulaciones, vasos y órganos internos. Sin embargo, las técnicas de formación de imágenes de ondas de pulso también se usan ampliamente fuera del campo médico. Un uso comercial del ultrasonido es la prueba no destructiva (NDT), que es un proceso de inspección, prueba o evaluación de materiales, componentes o conjuntos para detectar discontinuidades o diferencias en las características sin destruir la capacidad de servicio de la parte o sistema. En otras palabras, cuando se completa la inspección o prueba, la parte aún puede usarse. Un ejemplo de una NDT sería en las tuberías de petróleo. En este caso, las ondas de ultrasonido se usan para propagarse por la tubería, y de esta manera, es posible detectar si hay una grieta o defecto como reflejo del pulso. Con el conocimiento de la velocidad de la onda en la tubería y el intervalo de tiempo entre el reflejo de la grieta y el envío de las ondas, puede estimarse la posición del defecto. La misma teoría usada para la detección de grietas en tuberías puede usarse para detectar grietas en estructuras de aeronaves/paneles de ala, etc. y para detectar la acumulación de hielo en la superficie del ala, por ejemplo. Por supuesto, hay muchas otras posibles aplicaciones de NDT para las imágenes de ondas de pulso. La formación de imágenes de ondas de pulso ha ganado popularidad debido a su seguridad, portabilidad y capacidad en tiempo real.

La formación de imágenes de US clásica usa múltiples haces de transmisión separados por tiempo enfocados para reconstruir imágenes a lo largo de las líneas de exploración. Por lo tanto, la velocidad de fotogramas se limita por el número de haces de transmisión enfocados y no puede exceder algunas decenas de imágenes por segundo. Aunque esta velocidad de fotogramas es suficiente para muchas aplicaciones, la comprensión de fenómenos más complejos, tal como la propagación de ondas de corte para la elastografía, requiere velocidades de fotogramas más altas.

Una forma de superar esta limitación consiste en disminuir tanto como sea posible el número de haces de transmisión. Los métodos de apertura sintética (SA) intentan superar este problema mediante el uso de solo unos pocos elementos transductores para insonificar secuencialmente todo el medio. Otra opción es la formación de imágenes de US ultrarrápidas (UFUS), que explota la idea de usar ondas planas (PW) u ondas divergentes (DW) para insonificar todo el campo de visión a la vez, lo que permite que los sistemas de US alcancen miles de fotogramas por segundo.

40

Una limitación importante de tales enfoques es una calidad de imagen degradada. De hecho, en comparación con los haces de transmisión enfocados donde la energía se concentra en una región de interés específica, la energía de una PW o una DW se extiende sobre el medio insonificado, lo que resulta en una menor relación señal a ruido y una resolución espacial deficiente. Una forma de abordar este problema consiste en promediar múltiples imágenes, obtenidas con diferentes ángulos de insonificación en el contexto de imágenes PW y con diferentes ubicaciones de fuentes de puntos en el contexto de imágenes DW para UFUS o con diferentes grupos de elementos transductores para imágenes SA. En UFUS, este proceso se llama composición coherente. Si bien la implementación de dicha técnica es bastante simple, requiere múltiples insonificaciones, lo que reduce la velocidad de fotogramas.

Una alternativa al promedio de múltiples insonificaciones consiste en el uso de métodos de reconstrucción más eficientes que las técnicas clásicas, que giran principalmente en torno a la formación de haces de retardo y suma (DAS). Un grupo popular de métodos se basa en el uso de algoritmos iterativos para resolver el problema de formación de imágenes mal planteado inducido por la reconstrucción de imágenes de US. Estos métodos se basan en modelos avanzados del problema. El principal problema con las soluciones conocidas reside en su complejidad computacional, normalmente traducida en requisitos de almacenamiento de la representación matricial correspondiente. Algunos modelos propuestos requieren el almacenamiento de varios cientos de giga bytes para coeficientes matriciales en dos dimensiones (2D). Este problema limita severamente el atractivo de los métodos iterativos en vista de los enfoques clásicos.

60 Resumen de la invención

Un objetivo de la presente invención es superar al menos algunos de los problemas identificados anteriormente relacionados con la reconstrucción de imágenes en la formación de imágenes de ondas de pulso.

De acuerdo con un primer aspecto de la invención, se proporciona un método de reconstrucción de imágenes como se menciona en la reivindicación 1.

65

El método propuesto tiene la ventaja de que la imagen reconstruida tiene una calidad muy alta y puede reconstruirse rápidamente. En otras palabras, en comparación con las soluciones de la técnica anterior, el contraste y la resolución de la imagen pueden mejorarse significativamente.

5 De acuerdo con un segundo aspecto de la invención, se proporciona un aparato de formación de imágenes configurado para llevar a cabo el método de acuerdo con el primer aspecto de la invención como se menciona en la reivindicación 15.

Otros aspectos de la invención se mencionan en las reivindicaciones dependientes adjuntas a la misma.

10 Breve descripción de los dibujos

Otras características y ventajas de la invención serán evidentes a partir de la siguiente descripción de una modalidad ilustrativa no limitativa, con referencia a los dibujos adjuntos, en los que:

- 15 • La Figura 1 es un diagrama de bloques que ilustra algunos elementos de un sistema de formación de imágenes, que son útiles para comprender las enseñanzas de la presente invención, de acuerdo con un ejemplo de la presente invención;
- 20 • La Figura 2 es una ilustración esquemática que muestra la configuración de formación de imágenes usada en el método de formación de imágenes propuesto de acuerdo con un ejemplo de la presente invención;
- La Figura 3 es una ilustración esquemática que muestra la configuración de formación de imágenes y una hipersuperficie de reflectividad de dominio continuo usadas en el método de formación de imágenes propuesto de acuerdo con un ejemplo de la presente invención;
- 25 • La Figura 4 es una ilustración esquemática que muestra la configuración de formación de imágenes y una hipersuperficie de reflectividad de dominio discreto usadas en el método de formación de imágenes propuesto de acuerdo con un ejemplo de la presente invención;
- 30 • La Figura 5 es un diagrama de flujo que resume el método de reconstrucción de imágenes de acuerdo con un ejemplo de la presente invención;
- La Figura 6 es un diagrama de flujo que ilustra el método de reconstrucción de imágenes con más detalle de acuerdo con un ejemplo de la presente invención;
- 35 • La Figura 7 es un diagrama de flujo que ilustra el método de reconstrucción de imágenes con más detalle de acuerdo con otro ejemplo de la presente invención;
- 40 • La Figura 8 es un diagrama de flujo que ilustra un proceso de implementación de un modelo de medición de imágenes de acuerdo con un ejemplo de la presente invención; y
- La Figura 9 es un diagrama de flujo que ilustra un proceso de implementación de un operador adjunto del modelo de medición de acuerdo con un ejemplo de la presente invención.

45 Descripción detallada de una modalidad de la invención

Ahora se describirá en detalle una modalidad de la presente invención con referencia a las figuras adjuntas. Esta modalidad se describe en el contexto de la formación de imágenes por US, pero las enseñanzas de la invención no se limitan a este entorno. Las enseñanzas de la invención son igualmente aplicables en otros campos donde puede usarse la formación de imágenes de ondas de pulso. A los elementos funcionales y estructurales idénticos o correspondientes que aparecen en los diferentes dibujos se les asignan los mismos números de referencia.

50 La presente invención en la presente modalidad propone un método y aparato o sistema de formación de imágenes en el contexto de imágenes de ultrasonido en 2D y 3D basado en la resolución de un problema inverso lineal mal planteado de la siguiente forma:

$$m = H\gamma + n,$$

60 donde m son las mediciones, γ es el objeto bajo escrutinio o más específicamente su función de reflectividad, H es el modelo de medición y n es el ruido. El método de formación de imágenes propuesto se basa en dos pilares principales: un modelo de medición rápido y sin matriz H y un método de reconstrucción de imágenes que permite recuperar una estimación del objeto bajo escrutinio y dadas las mediciones m . El objeto puede ser una parte interna o elemento de una estructura más grande. El método propuesto puede llevarse a cabo mediante un sistema de US estándar que

comprende una sonda de US, un módulo de formación de imágenes y un módulo de procesamiento posterior y visualización, como se describe en la Figura 1.

La Figura 1 es un diagrama de bloques simplificado que muestra algunos elementos del sistema o aparato de formación de imágenes 1, que son útiles para comprender las enseñanzas de la presente invención. El sistema 1 comprende una sonda de ultrasonido 3, que en este ejemplo comprende un arreglo lineal de elementos piezoeléctricos o sensores, también denominados como transductores. Tal sonda es adecuada para el propósito de formación de imágenes en 2D, y puede incluir un esquema de enfoque cilíndrico para concentrar la energía acústica, en elevación, en las proximidades del plano de la imagen. Sin embargo, este tipo de sonda es simplemente un ejemplo. El método propuesto podría adaptarse fácilmente a diferentes geometrías de sondas (tales como sondas convexas, arreglos en fase, etc.) o tecnologías (que incluyen los copolímeros de fluoruro de polivinilideno (PVDF) y los transductores ultrasónicos capacitivos micromecanizados (CMUT), etc.). De manera similar, el método propuesto puede extenderse a casos que usan sondas de matriz 2D, diseñadas para transmitir haces acústicos y recoger ecos del volumen insonificado para proporcionar imágenes volumétricas, por lo que el proceso de formación de imágenes produce una representación en 3D del volumen bajo escrutinio.

La sonda US 3 se conecta a un módulo o aparato de formación de imágenes 5, que se configura para llevar a cabo la formación de imágenes. Un modelo de medición estimado en una unidad de modelo de medición 7 se usa en el proceso de formación de imágenes. El modelo de medición propuesto, como se explica más adelante en detalle, se basa en un modelo de respuesta de impulso espacial de pulso-eco. La presente invención introduce las formulaciones sin matriz del modelo de medición y su adjunto, el adjunto de un operador que se define como una extensión continua de la transposición de una matriz cuadrada en el caso de un operador continuo, que representa un nuevo método de formación de imágenes en imágenes de ondas de pulso. La descripción del modelo de medición puede lograrse a través de dos etapas principales:

- Se derivan las ecuaciones paramétricas del tiempo de vuelo de ida y vuelta de las ondas de pulso. Se mostrará que el modelo puede reformularse como una integral sobre las hipersuperficies que se especifican como se explica más adelante.
- La integral propuesta puede discretizarse entonces como se describe más adelante.

El modelo puede derivarse, por ejemplo, para imágenes PW, DW y SA. Es compatible con datos de radiofrecuencia y datos en fase y en cuadratura (IQ). Finalmente, se deriva una formulación libre de matriz del adjunto del modelo de medición propuesto. Se demostrará que también puede reformularse como una integral sobre las hipersuperficies, definida como colectores en 1D en el caso de imágenes en 2D y como colectores en 2D en el caso de imágenes en 3D, que se parametrizan y que puede usarse el mismo esquema de discretización propuesto para el modelo de medición.

El aparato de formación de imágenes 5 también comprende una unidad de reconstrucción de imágenes 9 para ejecutar un proceso o método de reconstrucción de imágenes. El método de reconstrucción de imágenes tiene como objetivo recuperar una estimación $\hat{\gamma}$ de la imagen bajo escrutinio. La estimación puede escribirse como:

$$\hat{\gamma} = f(\mathbf{m}, H, \Xi),$$

donde f representa el proceso de reconstrucción de imágenes con los hiperparámetros Ξ . En la presente descripción se presentan dos métodos diferentes de reconstrucción de imágenes:

- Enfoques analíticos donde $f(\mathbf{m}, H, \Xi)$ tiene una formulación explícita (por ejemplo, métodos de retropropagación que usan el operador adjunto de H).
- Enfoques iterativos donde $f(\mathbf{m}, H, \Xi)$ es un algoritmo iterativo que resuelve el siguiente problema:

$$\hat{\gamma} = \underset{\gamma}{\operatorname{argmin}} J(\gamma, \mathbf{m}) = \mathcal{F}(H\gamma, \mathbf{m}) + \lambda \mathcal{R}(\gamma),$$

donde $J(\gamma, \mathbf{m})$ denota una función objetivo que comprende una función \mathcal{F} , también denominada como término de discrepancia de datos, que mide el error entre $H\gamma$ y \mathbf{m} , \mathcal{R} denota una función (regularización) no negativa y λ denota un parámetro de regularización. En este caso, Ξ son los hiperparámetros relacionados con el algoritmo de optimización usado para resolver el problema de minimización, por ejemplo, el número de iteraciones, el criterio de detención del algoritmo, etc.

Después de la reconstrucción de la imagen, los datos reconstruidos se envían a una unidad o módulo de procesamiento posterior y visualización 11. La etapa de procesamiento posterior cubre una gama de aplicaciones, tales como la formación de imágenes en modo B, la formación de imágenes Doppler en color, la formación de imágenes Doppler vectoriales y la elastografía.

5 Para la formación de imágenes en modo B que usa datos de RF, se aplica una detección de envolvente sobre los datos reconstruidos. La detección de envolvente puede lograrse, por ejemplo, mediante la transformación de Hilbert seguida de una detección de magnitud y un filtrado de paso bajo opcional. También puede lograrse al elevar al cuadrado y filtrar la señal en paso bajo. Si la formación de imágenes en modo B se usa con los datos IQ, se extrae la magnitud de la señal. La etapa de detección de envolvente es seguida por las etapas de normalización y compresión dinámica. Para la formación de imágenes Doppler y la elastografía, los datos de RF o IQ reconstruidos se usan directamente sin procesamiento posterior.

10 Antes de explicar el método propuesto en detalle, se explican primero algunas notaciones usadas en la presente descripción. En la configuración de pulso-eco considerada en la presente descripción, los ecos de un medio $\Omega \in \mathbb{R}^3$, caracterizado por su reflectividad (función) $\gamma(\mathbf{r})$ con $\mathbf{r} = [x, y, z]^T \in \Omega$ se detectan por los sensores 13. La Figura 2 ilustra una configuración de medición simplificada específica para la formación de imágenes PW. Las siguientes notaciones se usan a lo largo de la presente descripción:

15 Notaciones matemáticas o similares:

- Los vectores se denotan con una fuente en negrita.

20 $\|\mathbf{v}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^N |v_i|^p}$ denota el ℓ_p -normal de un vector $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^N$, donde \mathbb{R} denota el espacio de los números reales.

- El espacio de las funciones integrables cuadradas de un espacio Hilbert W se denota como $L_2(W)$. El producto interno entre dos funciones $f, g \in L_2(W)$ se define como $\langle f|g \rangle_W = \int_{x \in W} f(x)g(x)dx$.

Notaciones relacionadas con el ultrasonido:

- 30 • $m(\mathbf{p}, t)$ es la señal eléctrica recibida en un instante de tiempo t por el sensor 13 colocado en \mathbf{p} . En otras palabras, $m(\mathbf{p}, t)$ define una muestra de un conjunto continuo de mediciones (equivalentemente una muestra de datos sin procesar del elemento), calculada en un punto de la cuadrícula de medición (\mathbf{p}, t) .
- $\gamma(\mathbf{r})$ define un valor de un conjunto de valores de reflectividad (muestras de imágenes equivalentes) calculado en un punto de la cuadrícula de reflectividad \mathbf{r} .
- 35 • Ω denota el medio u objeto de interés, es decir, el conjunto continuo de ubicaciones de las muestras de reflectividad.
- $o(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ es la directividad del elemento entre el sensor ubicado en \mathbf{p} y el punto ubicado en \mathbf{r} .
- 40 • $a(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ define el valor de la atenuación entre una fuente de puntos ubicada en \mathbf{p} y un punto ubicado en \mathbf{r} .
- $v_{pe}(t)$ es la forma de pulso recibida (es decir, la forma de onda pulso-eco).
- 45 • $t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ denota el retraso de propagación de la transmisión, es decir, el tiempo que tarda la onda de pulso transmitida por un dispositivo transmisor o elemento 13 ubicado en \mathbf{q} para alcanzar el punto ubicado en \mathbf{r} .
- $t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ denota el retraso de propagación de recepción, es decir, el tiempo que tarda la onda de pulso-eco transmitida por un punto ubicado en \mathbf{r} para alcanzar el sensor ubicado en \mathbf{p} .

50 Notaciones relacionadas con la cuadrícula de medición:

- 55 • Un conjunto de elementos de transmisión: $(X^j)_{j=1}^{N_{elt}}$ donde N_{elt} se refiere al número de elementos de transmisión, también conocidos como transmisores.

- Un conjunto de sensores de recepción: $(\Pi^i)_{i=1}^{N_{elr}}$ donde N_{elr} se refiere al número de sensores de recepción, también conocidos como receptores.

- 60 • Un conjunto de ubicaciones de fuentes de puntos dentro de un elemento de transmisión:

$$X_d^j = \{\mathbf{q}^k \in X^j, k = \{1 \dots N_q^j\}\}$$

- Un conjunto de ubicaciones de fuentes de puntos dentro de un sensor de recepción:

$$\Pi_d^i = \left\{ \mathbf{p}^n \in \Pi^i, n = \{1 \dots N_p^i\} \right\}$$

- Un conjunto de muestras de tiempo: $T_d = \left\{ t^l \in \mathbb{R}, l = \{1 \dots N_t\} \right\}$

Notaciones relacionadas con la cuadrícula de reflectividad:

- Un conjunto de ubicaciones de valores de reflectividad: $\Omega_d = \{r^n \in \Omega, n = \{1 \dots N_r\}\}$ donde N_r se refiere al número de valores de reflectividad.

El método propuesto define una primera cuadrícula y una segunda cuadrícula que se encuentran en el espacio 3D. La primera cuadrícula se conoce como una cuadrícula de reflectividad, que comprende puntos de la cuadrícula de reflectividad en las intersecciones de dos líneas de cuadrícula cruzadas, que en este ejemplo forman un ángulo de sustancialmente 90 grados entre sí. Cada punto de la cuadrícula de reflectividad de la cuadrícula de reflectividad pertenece al medio Ω . La segunda cuadrícula se conoce como una cuadrícula de medición, que comprende puntos de la cuadrícula de medición en las intersecciones de dos líneas de cuadrícula cruzadas, que en este ejemplo forman un ángulo de sustancialmente 90 grados entre sí. Los puntos de la cuadrícula de medición coinciden con las ubicaciones de los sensores de recepción, en una dimensión, y con los instantes de tiempo de muestreo de cada sensor en la otra dimensión.

La estimación, evaluación, cálculo o implementación del modelo de medición en un punto de la cuadrícula de medición dado de acuerdo con la presente invención se explica a continuación. En este ejemplo, el modelo de medición se estima en cada punto de la cuadrícula de medición. El modelo de medición usado en esta descripción es un modelo de respuesta de impulso espacial de pulso-eco introducido por primera vez por G. E. Tupholme, "Generation of acoustic pulses by baffled plane pistons", *Mathematika*, vol. 16, p. 209, 1969, y P. R. Stepanishen, "The Time-Dependent Force and Radiation Impedance on a Piston in a Rigid Infinite Planar Baffle", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 49, p. 76, 1971. De acuerdo con este modelo, pueden escribirse las siguientes ecuaciones que representan la muestra de datos sin procesar registrada en la posición \mathbf{p} y el tiempo t .

A continuación se explica una formulación paramétrica continua del modelo de medición para una configuración de un elemento de fuentes de puntos de transmisión y un sensor de fuentes de puntos de recepción.

El modelo de medición se define como:

$$m(\mathbf{p}, t) = \int_{r \in \Omega} \frac{o(r, \mathbf{p})o(r, \mathbf{q})a(r, \mathbf{p})a(r, \mathbf{q})}{4 \pi^2 \|\mathbf{r} - \mathbf{p}\|_2 \|\mathbf{r} - \mathbf{q}\|_2} \gamma(r) v_{pe}(t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) dr.$$

La ecuación anterior puede expresarse como se muestra a continuación y define el modelo de medición como una integral a lo largo de la hipersuperficie $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$:

$$m(\mathbf{p}, t) = \iint_{\tau \in \mathbb{R}, r \in \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)} \frac{o_d(r, \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(r)}{|\nabla_r g|} v_{pe}(t - \tau) d\sigma(r) d\tau,$$

donde

$$o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{o(\mathbf{r}, \mathbf{p})o(\mathbf{r}, \mathbf{q})a(\mathbf{r}, \mathbf{p})a(\mathbf{r}, \mathbf{q})}{4 \pi^2 \|\mathbf{r} - \mathbf{p}\|_2 \|\mathbf{r} - \mathbf{q}\|_2}$$

$$\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = \{r \in \Omega \mid g(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = 0\}$$

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$$

$$|\nabla_r g| = \left| \frac{\partial g}{\partial \mathbf{r}} \right|$$

En las ecuaciones anteriores, la hipersuperficie, o más específicamente una hipersuperficie de reflectividad, es $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$, definida por la ecuación $g(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = 0$, donde la variable de interés es r . $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$ define una cónica cuando r se encuentra en el plano 2D (parábola o elipse) y una cuadrática cuando r se encuentra en un volumen 3D. Las mismas formas se aplican también a la hipersuperficie de medición. La Figura 3 ilustra esquemáticamente la configuración de medición en el dominio continuo que muestra también la hipersuperficie de reflectividad.

La hipersuperficie de reflectividad $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$ puede parametrizarse ahora para reducir la dimensión de integración. La hipersuperficie de reflectividad $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$, definida por la ecuación $g(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = 0$, puede definirse de manera equivalente por un conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad. En matemáticas, las ecuaciones paramétricas definen un conjunto de cantidades como funciones de una o más variables independientes (es decir, parámetros). Las ecuaciones paramétricas se usan comúnmente para expresar las coordenadas de los puntos que forman un objeto geométrico, tal como una superficie o una curva, en cuyo caso las ecuaciones se denominan colectivamente una representación paramétrica o parametrización del objeto. El conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad puede definirse ahora de la siguiente manera:

$$\mathbf{r} \in \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t) \Leftrightarrow \mathbf{r} = \mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, t).$$

La ecuación a la derecha de la equivalencia define las ecuaciones paramétricas de reflectividad de \mathbf{r} ya que \mathbf{r} ahora depende de un parámetro $\alpha \in A$, donde $A \subset \mathbb{R}^2$ si $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$ y $A \subset \mathbb{R}$ cuando $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^2$. Debe señalarse si hay un conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad por valor de medición o muestra. Además, la hipersuperficie puede obtenerse al dibujar el conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad. Equipado con la formulación anterior del conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad, es posible derivar la formulación paramétrica continua del modelo de medición H de la siguiente manera:

$$m(\mathbf{p}, t) = \iint_{\tau \in \mathbb{R}, \alpha \in A} o_d(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau), \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)) |J(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)| v_{pe}(t - \tau) d\alpha d\tau,$$

donde

$$|J(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)| = \frac{|\nabla_{\alpha} \mathbf{r}|}{|\nabla_{\mathbf{r}} g|}$$

$$|\nabla_{\alpha} \mathbf{r}| = \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} \right|.$$

A continuación se explica un modelo de medición continua para una configuración de un elemento de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y un sensor de recepción de fuentes de puntos. En este caso, el elemento de transmisión tiene una longitud finita y una forma arbitraria. Se caracteriza por un conjunto continuo de ubicaciones de fuentes de puntos X . El modelo de medición se define como

$$m(\mathbf{p}, t) = \iint_{\mathbf{q} \in X^i, \mathbf{r} \in \Omega} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}) v_{pe}(t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) d\mathbf{r} d\sigma(\mathbf{q}).$$

Puede verse que la principal diferencia con el modelo descrito en relación con la configuración de un elemento de transmisión de fuentes de puntos y un sensor de recepción de fuentes de puntos radica en el hecho de que hay una integral más, que corresponde a la suma de las contribuciones de todas las fuentes de puntos que forman el sensor de longitud finita de forma arbitraria.

La formulación paramétrica correspondiente viene dada por:

$$m(\mathbf{p}, t) = \iiint_{\tau \in \mathbb{R}, \mathbf{q} \in X^i, \alpha \in A} o_d(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau), \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)) |J(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)| v_{pe}(t - \tau) d\alpha d\sigma(\mathbf{q}) d\tau.$$

A continuación se explica un modelo de medición continua para una configuración de un elemento de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y un sensor de recepción de longitud finita. En este caso, el sensor de recepción tiene una longitud finita y una forma arbitraria. Se define por el conjunto de ubicaciones de fuentes de puntos Π^i . La coordenada de la señal resultante se denota por $m(\xi^i, t)$, donde $\xi^i \in \Pi^i$. Puede ser, por ejemplo, la coordenada del punto en el centro de Π^i .

Puede escribirse: $m(\xi^i, t) = \int_{\mathbf{p} \in \Pi^i} m(\mathbf{p}, t) d\sigma(\mathbf{p})$. Las mediciones resultantes se obtienen al integrar a lo largo de la superficie transductora definida por Π^i . Al integrar la ecuación que define $m(\mathbf{p}, t)$ en la integral anterior, se cumple la siguiente relación:

$$m(\xi^i, t) = \iiint_{\mathbf{p} \in \Pi^i, \mathbf{q} \in X^i, \mathbf{r} \in \Omega} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}) v_{pe}(t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) d\mathbf{r} d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}).$$

La formulación paramétrica correspondiente viene dada por:

$$m(\xi^i, t) = \iiint_{\tau \in \mathbb{R}, \mathbf{p} \in \Pi^i, \mathbf{q} \in X^i, \alpha \in A} o_d(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau), \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)) |J(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)| v_{pe}(t - \tau) d\alpha d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}) d\tau.$$

A continuación se explica un modelo de medición continua para una configuración de múltiples elementos de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y un sensor de recepción de longitud finita de forma arbitraria. En este caso, un conjunto de ubicaciones de fuentes de puntos X^j se asocia con el elemento de transmisión j , lo que lleva a la siguiente ecuación:

$$m(\xi^i, t) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \iiint_{\mathbf{p} \in \Pi^i, \mathbf{q} \in X^j, r \in \Omega} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}) v_{pe}(t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) dr d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}).$$

Esta ecuación es muy similar a la descrita en relación con la configuración de un elemento de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y un sensor de recepción de longitud finita de forma arbitraria. La única diferencia está en la suma que se ha introducido para tener en cuenta los múltiples elementos de transmisión.

La formulación paramétrica correspondiente viene dada por:

$$m(\xi^i, t) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \iiint_{\tau \in \mathbb{R}, \mathbf{p} \in \Pi^i, \mathbf{q} \in X^j, \alpha \in A} o_d(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau), \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)) |J(\alpha, \mathbf{p}, \mathbf{q}, \tau)| v_{pe}(t - \tau) d\alpha d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}) d\tau.$$

A continuación se explica un modelo de medición continua para una configuración de múltiples elementos de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y múltiples sensores de recepción de longitud finita de forma arbitraria.

Cuando se usa un conjunto de múltiples sensores de recepción, un conjunto de ubicaciones de fuentes de puntos Π^i y una coordenada ξ^i se asocia con el sensor de recepción i . Por lo tanto, el campo de medición de recepción puede definirse como

$$m(\xi, t) = \sum_{i=1}^{N_{elr}} m(\xi, t) \delta(\xi - \xi^i),$$

que solo se define para coordenadas discretas ξ . En el resto de la presente descripción, se cumple lo siguiente:

$$\xi \in P \subset \mathbb{R}^3.$$

La formulación paramétrica continua del modelo de medición se discretiza a continuación. Esta etapa consiste en discretizar la formulación paramétrica del modelo de medición descrito en relación con la configuración de múltiples elementos de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y un sensor de recepción de longitud finita de forma arbitraria. Sin embargo, cualquiera de los modelos descritos anteriormente podría discretizarse en su lugar. Por discretización, se entiende que seleccionamos algunos valores discretos α^p del parámetro α , que define el siguiente conjunto de parámetros: $A_d = \{\alpha^p \in A, p = \{1 \dots N_\alpha\}\}$. Puede verse que la selección de los valores discretos del parámetro α conduce a una discretización de la hipersuperficie $\Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t)$, que se describirá ahora con solo N_α puntos $(\mathbf{r}(\alpha^p, \mathbf{p}, \mathbf{q}, t))_{\alpha^p \in A_d}$. La Figura 4 ilustra esquemáticamente la configuración de medición en un dominio discreto que muestra también la hipersuperficie de reflectividad. La discretización de la formulación paramétrica del modelo de medición puede expresarse como:

$$m(\xi^i, t^l) = (\tilde{m}(\xi^i) * v_{pe})(t^l),$$

donde $v_{pe} \in \mathbb{R}^{N_{elt}}$ forma de pulso evaluada en cada muestra de tiempo de la cuadrícula de medición y

$$\tilde{m}(\xi^i) = (\tilde{m}(\xi^i, t^l))_{t^l \in T_d} \text{ con}$$

$$\tilde{m}(\xi^i, t^l) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{\mathbf{q}^k \in X_d^j} \sum_{\mathbf{p}^n \in \Pi_d^i} \sum_{\alpha^p \in A_d^j} o_d(\mathbf{r}(\alpha^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l), \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k) \gamma(\mathbf{r}(\alpha^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)) |J(\alpha^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)| w(\mathbf{q}^k) u(\alpha^p),$$

donde $w(\mathbf{q}^k)$, $u(\boldsymbol{\alpha}^p)$ y $z(\mathbf{p}^n)$ son pesos de integración (relacionados con la discretización de las integrales continuas). Puede observarse que, para cada punto \mathbf{q}^k del elemento de transmisión, la ecuación anterior comprende un conjunto

$$\left(\gamma(\mathbf{r}(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)) \right)_{\boldsymbol{\alpha}^p \in A_d^j}$$

de valores de reflectividad denominados como muestras o valores de reflectividad de hipersuperficie, que se estiman en los puntos de la hipersuperficie de reflectividad.

5 Los valores de reflectividad de hipersuperficie se interpolan a continuación para coincidir sustancialmente con los puntos de la cuadrícula de reflectividad. Los valores de reflectividad de hipersuperficie se desconocen normalmente ya que no se encuentran en los puntos de la cuadrícula de reflectividad. Por lo tanto, deben aproximarse a partir de las muestras de reflectividad definidas en la cuadrícula de reflectividad por medio de un núcleo de interpolación como se introdujo por P. Thévenaz, T. Blu y M. Unser, "Interpolation revisited", IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, p. 739-758, 2000. Permítanos presentarles así el núcleo de interpolación $\varphi: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ de manera que:

$$\gamma(\mathbf{r}(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)) \approx \sum_{s=1}^{N_\gamma} \gamma^s \varphi(\mathbf{r}^s - \mathbf{r}(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)).$$

15 La ecuación de interpolación anterior relaciona los valores de reflectividad de hipersuperficie $\gamma(\mathbf{r}(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l))$ (que típicamente no están en los puntos de la cuadrícula de reflectividad) con las muestras de reflectividad γ^s .

A continuación se realiza una suma de las muestras o valores de reflectividad de hipersuperficie discretos e interpolados. La ecuación de interpolación se inserta en el modelo de medición discretizado y se realiza la siguiente suma:

$$\begin{aligned} \tilde{m}(\boldsymbol{\xi}^i, t^l) = & \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{\mathbf{q}^k \in X_d^j} \sum_{\mathbf{p}^n \in \Pi_d^i} \sum_{\boldsymbol{\alpha}^p \in A_d^j} O_d(\mathbf{r}(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l), \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k) \left(\sum_{s=1}^{N_\gamma} \gamma^s \varphi(\mathbf{r}^s - \right. \\ & \left. \mathbf{r}(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)) \right) |J(\boldsymbol{\alpha}^p, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k, t^l)| w(\mathbf{q}^k) z(\mathbf{p}^n) u(\boldsymbol{\alpha}^p). \end{aligned}$$

30 En este ejemplo, la salida de la suma se convoluciona eventualmente con la forma del pulso, como se describió en las ecuaciones anteriores para obtener una estimación del valor de medición, también conocida como una estimación del valor de medición, en el punto considerado de la cuadrícula de medición. El proceso descrito anteriormente se lleva a cabo para cada valor de medición. Por lo tanto, el resultado de la estimación o el procesamiento del modelo de medición es la estimación del valor de medición en el punto de la cuadrícula de medición respectivo.

35 La estimación, evaluación, cálculo o implementación del operador adjunto del modelo de medición en cada punto de la cuadrícula de reflectividad se realiza a continuación. Primero, se obtiene una formulación paramétrica continua del operador adjunto del modelo de medición. La formulación continua del operador adjunto puede derivarse del modelo de medición, es decir, por ejemplo, de cualquiera de los modelos de medición continua dados anteriormente, mediante el uso de herramientas de análisis funcional. Las siguientes ecuaciones se derivan del caso de múltiples elementos de transmisión de longitud finita de forma arbitraria y múltiples sensores de recepción de longitud finita de forma arbitraria. De hecho, si definimos un operador

$$\mathcal{H}: L_2(\Omega) \rightarrow L_2(P \times T)$$

45 de manera que

$$\mathcal{H}\{\gamma\}(\boldsymbol{\xi}, t) =$$

$$\sum_{i=1}^{N_{elt}} m(\boldsymbol{\xi}, t) \delta(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}^i),$$

entonces el operador adjunto

$$\mathcal{H}^\dagger: L_2(P \times T) \rightarrow L_2(\Omega)$$

55 de \mathcal{H} se define como:

$$\langle n | \mathcal{H}\{\gamma\} \rangle_{P \times T} = \langle \mathcal{H}^\dagger\{n\} | \gamma \rangle_\Omega, \forall n \in L_2(P \times T), \forall \gamma \in L_2(\Omega).$$

60 Consideremos el siguiente producto interno:

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \iint_{\xi\in\mathbf{P},t\in T} n(\xi,t)\mathcal{H}\{\gamma\}(\xi,t) d\xi dt$$

5

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \iint_{\xi\in\mathbf{P},t\in T} n(\xi,t) \sum_{i=1}^{N_{elr}} m(\xi,t) \delta(\xi - \xi^i) d\xi dt$$

10

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \sum_{i=1}^{N_{el}} \int_{t\in T} n(\xi^i,t) m(\xi^i,t) dt$$

15

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \sum_{i=1}^{N_{elr}} \int_{t\in T} n(\xi^i,t) \left[\sum_{j=1}^{N_{elt}} \iiint_{\mathbf{q}\in\mathbf{X}^j, \mathbf{p}\in\Pi^i, r\in\Omega} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) \gamma(\mathbf{r}) v_{pe}(t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) dr d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}) \right] dt$$

20

25

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \int_{r\in\Omega} \gamma(\mathbf{r}) \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{i=1}^{N_{elr}} \iiint_{\mathbf{q}\in\mathbf{X}^j, \mathbf{p}\in\Pi^i} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) \left[\int_{t\in T} n(\xi^i,t) v_{pe}(t - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) - t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) dt \right] d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}) dr$$

30

35

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \int_{r\in\Omega} \gamma(\mathbf{r}) \left[\sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{i=1}^{N_{elr}} \iiint_{\mathbf{q}\in\mathbf{X}^j, \mathbf{p}\in\Pi^i} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) (n(\xi^i) * u)(t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}) \right] dr,$$

40

donde $u(t) = v_{pe}(-t)$ es el filtro adaptado de la forma de onda del eco del pulso. Ahora tenemos:

$$\langle n|\mathcal{H}\{\gamma\}\rangle_{\mathbf{P}\times T} = \int_{r\in\Omega} \gamma(\mathbf{r}) \mathcal{H}^\dagger\{n\}(\mathbf{r}) dr = \langle \mathcal{H}^\dagger\{n\} | \gamma \rangle_{\Omega},$$

45

donde

$$\mathcal{H}^\dagger\{n\}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{i=1}^{N_{elr}} \iiint_{\mathbf{q}\in\mathbf{X}^j, \mathbf{p}\in\Pi^i} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) (n(\xi^i) * u)(t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}).$$

50

Equipados con el operador adjunto del modelo de medición, definimos la estimación del valor de reflectividad en el punto de la cuadrícula de reflectividad r , dada una estimación del valor de medición, como:

55

$$\hat{\gamma}(\mathbf{r}) = \mathcal{H}^\dagger\{m\}(\mathbf{r})$$

60

$$\hat{\gamma}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{i=1}^{N_{elr}} \iiint_{\mathbf{q}\in\mathbf{X}^j, \mathbf{p}\in\Pi^i} o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) (m(\xi^i) * u)(t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p})) d\sigma(\mathbf{q}) d\sigma(\mathbf{p}).$$

65

Este caso es más simple que el modelo de medición. De hecho, la formulación paramétrica es directa y la ecuación paramétrica de medición puede expresarse como una simple ecuación de tiempo de vuelo:

$$t = t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}).$$

La hipersuperficie de medición correspondiente a la ecuación anterior es entonces:

$$(t, \mathbf{p}) \in \hat{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{p} \in \Pi^i \\ t = t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \end{cases}$$

La formulación paramétrica del operador adjunto del modelo de medición se discretiza a continuación. Se aplica el mismo proceso que para la discretización del modelo de medición. En este caso, el proceso de discretización es más directo ya que se aplica directamente sobre \mathbf{p} . El conjunto de parámetros discretizados es Π_d^i . Así tenemos la siguiente ecuación:

$$\hat{\gamma}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{i=1}^{N_{elr}} \sum_{\mathbf{q}^k \in X_d^i} \sum_{\mathbf{p}^n \in \Pi_d^i} (m(\xi^i) * u)(t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}^k) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n)) o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k) w(\mathbf{q}^k) z(\mathbf{p}^n),$$

donde $w(\mathbf{q}^k)$ y $z(\mathbf{p}^n)$ son pesos de integración, $m(\xi^i) = (m(\xi^i, t^l))_{t^l \in T_d}$ y $u \in \mathbb{R}^{N_t}$ es el filtro adaptado de la forma del pulso evaluado en cada muestra de tiempo. Puede observarse que la ecuación anterior comprende un

conjunto de muestras de medición convolucionadas denominadas como muestras o valores de medición de hipersuperficie, que se encuentran en la hipersuperficie de medición.

A continuación se realiza una interpolación de las muestras de medición de hipersuperficie para coincidir sustancialmente con los puntos de la cuadrícula de medición. Los valores de las muestras de medición de hipersuperficie se desconocen normalmente, ya que no se encuentran en los puntos de la cuadrícula de medición. Por lo tanto, deben aproximarse a partir de las muestras de medición definidas en la cuadrícula de medición por medio de un núcleo de interpolación. Permítanos presentarle el núcleo de interpolación $\psi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de manera que:

$$(m(\xi^i) * u)(t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}^k) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n)) \approx \sum_{l=1}^{N_t} (m(\xi^i) * u)(t^l) \psi(t^l - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}^k) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n)).$$

La ecuación anterior relaciona las muestras de medición de hipersuperficie $(m(\xi^i) * u)(t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}^k) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n))$ con las muestras de medición convolucionadas $(m(\xi^i) * u)(t^l)$.

Después de esto, se suman las muestras de medición de hipersuperficie discretizadas e interpoladas. La ecuación de interpolación se inserta en el operador adjunto discretizado del modelo de medición y se realiza la siguiente suma:

$$\hat{\gamma}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N_{elt}} \sum_{i=1}^{N_{elr}} \sum_{\mathbf{q}^k \in X_d^i} \sum_{\mathbf{p}^n \in \Pi_d^i} \left(\sum_{l=1}^{N_t} (m(\xi^i) * u)(t^l) \psi(t^l - t_{Tx}(\mathbf{r}, \mathbf{q}^k) + t_{Rx}(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n)) \right) o_d(\mathbf{r}, \mathbf{p}^n, \mathbf{q}^k) w(\mathbf{q}^k) z(\mathbf{p}^n).$$

La salida de la suma es la estimación del valor de reflectividad en el punto de la cuadrícula de reflectividad considerado.

El procedimiento de reconstrucción de imágenes se explica a continuación. El problema inverso se define primero. Los valores de medición \mathbf{m} pueden usarse para generar una estimación de los valores de reflectividad $\hat{\gamma}$ mediante el uso del operador adjunto del modelo de medición como se describió anteriormente. Del mismo modo, una estimación de los valores de reflectividad $\hat{\gamma}$ puede usarse para generar una estimación de los valores de medición $\hat{\mathbf{m}}$, que no son iguales a \mathbf{m} , mediante el uso del modelo de medición descrito anteriormente. Por lo tanto, ahora conocemos las relaciones entre las estimaciones de los valores de medición y reflectividad.

El método de reconstrucción de imágenes tiene como objetivo recuperar una estimación $\hat{\gamma}$ de los valores de reflectividad evaluados en los puntos de la cuadrícula de reflectividad, dado el conjunto de valores de medición \mathbf{m} . La relación entre los valores de medición y los valores de reflectividad desconocidos se define mediante el siguiente problema inverso lineal:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}\{\boldsymbol{\gamma}\}(\mathbf{p}^1, t^1) \\ \vdots \\ \mathcal{H}\{\boldsymbol{\gamma}\}(\mathbf{p}^{N_{el}}, t^{N_t}) \end{pmatrix},$$

que corresponde al modelo de medición estimado en cada punto de la cuadrícula de medición.

Además, dado que el operador

$$\mathcal{H}\{\boldsymbol{\gamma}\}(\mathbf{p}^n, t^l)$$

es lineal con respecto a $\boldsymbol{\gamma}$ (puede deducirse a partir de las fórmulas descritas al evaluar el modelo de medición en un punto de cuadrícula dado), existe una matriz $H \in \mathbb{R}^{N_{el}N_t \times N_\gamma}$ (asociada con el operador lineal \mathcal{H}) de manera que $\mathbf{m} = H\boldsymbol{\gamma}$,

que define el problema inverso.

El problema de optimización asociado con el problema inverso se explica a continuación. Para resolver el problema inverso anterior, se expresa como el siguiente problema de optimización:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} J(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m}) = \mathcal{F}(H\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m}) + \lambda \mathcal{R}(\boldsymbol{\gamma}),$$

donde $J(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m})$ denota la función objetivo involucrada en el problema de optimización, $\mathcal{F}(H\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m})$ es una función semicontinua inferior que explica el término de discrepancia de datos, que mide la distancia entre la estimación de los

valores de medición $H\boldsymbol{\gamma}$ y los valores de medición \mathbf{m} , $\mathcal{R}(\boldsymbol{\gamma})$ es una función semicontinua inferior que describe un término previo opcional, que explica la información adicional, como un comportamiento estadístico específico, sobre los valores de reflectividad y $\lambda > 0$ es un parámetro de regularización.

A continuación, se enumeran algunos ejemplos de las funciones usadas para el término de discrepancia de datos:

- Distancia euclidiana: $\mathcal{F}(H\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m}) = \|H\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{m}\|_2^2$;
- Función indicadora en el ℓ_2 -bola de radio ϵ : $i_\epsilon(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \|H\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{m}\|_2 < \epsilon, \\ +\infty & \text{en caso contrario} \end{cases}$;
- ℓ_1 -normal: $\mathcal{F}(H\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m}) = \|H\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{m}\|_1$.

A continuación se enumeran algunos ejemplos de las funciones usadas para el término anterior:

- ℓ_p -normal al poder de p : $\mathcal{R}(\boldsymbol{\gamma}) = \|\boldsymbol{\gamma}\|_p^p$,
 - cuando $p < 1$, es una medida de la escasez de $\boldsymbol{\gamma}$.
 - cuando $p \in [1, 2]$, es una medida de qué tan bien se ajustan los datos a la distribución Gaussiana generalizada (GGD).
- ℓ_p -normal al poder de p en un modelo dado Ψ : $\mathcal{R}(\boldsymbol{\gamma}) = \|\Psi\boldsymbol{\gamma}\|_p^p$
 - Ψ puede ser una transformación general tal como la transformada de onda pequeña o la transformada de Fourier.
 - Ψ puede ser un diccionario aprendido.

A continuación se explica cómo puede resolverse el problema de optimización con una imagen anterior. En dependencia de las propiedades de \mathcal{F} y \mathcal{R} , pueden usarse diferentes tipos de algoritmos.

Un caso donde \mathcal{F} , y \mathcal{R} son diferenciables se explica a continuación. En este caso, el problema inverso se resuelve al encontrar las raíces de la derivada de la función objetivo $J(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m})$ con respecto a $\boldsymbol{\gamma}$, que puede escribirse como

$$\frac{\partial \mathcal{F}(H\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{m})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} + \lambda \frac{\partial \mathcal{R}(\boldsymbol{\gamma})}{\partial \boldsymbol{\gamma}} = 0.$$

Puede verse que el problema involucra el cálculo de H en el cálculo de la derivada de $\mathcal{F}(H\boldsymbol{y}, \boldsymbol{m})$. En dependencia de la función $\mathcal{F}(H\boldsymbol{y}, \boldsymbol{m})$, el cálculo de la derivada también puede involucrar el cálculo del operador adjunto del modelo de medición H . Un ejemplo famoso de tal problema es la regularización de Tikhonov, donde $\mathcal{R}(\boldsymbol{y}) = \|\boldsymbol{y}\|_2^2$ y $\mathcal{F}(H\boldsymbol{y}, \boldsymbol{m}) = \|H\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}\|_2^2$. En este caso, tenemos la siguiente solución: $\hat{\boldsymbol{y}} = (\boldsymbol{I} + H^\dagger H)^{-1} H^\dagger \boldsymbol{m}$ donde $\boldsymbol{I} \in \mathbb{R}^{N_y \times N_y}$ es la matriz de identidad, la matriz cuadrada $N_y \times N_y$ con unos en la diagonal principal y ceros en otros lugares.

Un caso donde solo \mathcal{F} es diferenciable y \mathcal{R} es convexa, se explica a continuación. Un grupo popular de métodos usados para resolver estos problemas se denominan métodos de gradiente proyectado. Los métodos de gradiente proyectado aprovechan el hecho de que la solución del problema de optimización satisface una ecuación de punto fijo. Un algoritmo popular es la división hacia adelante y hacia atrás que involucra el siguiente sistema de ecuaciones de punto fijo, limitado a una ecuación en este ejemplo específico:

$$\hat{\boldsymbol{y}} = \text{prox}_{\tau\mathcal{R}} \left(\hat{\boldsymbol{y}} - \tau \frac{\partial \mathcal{F}(H\boldsymbol{y}, \boldsymbol{m})}{\partial \boldsymbol{y}} (\hat{\boldsymbol{y}}, \boldsymbol{m}) \right),$$

$$\text{prox}_{\tau\mathcal{R}}(\boldsymbol{x}) = \underset{\boldsymbol{y}}{\text{argmin}} \frac{1}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}\|_2^2 + \tau\mathcal{R}(\boldsymbol{x})$$

donde $\text{prox}_{\tau\mathcal{R}}$ denota los operadores de proximidad asociados con \mathcal{R} , el operador de proximidad que se presenta por P. Combettes y J.-C. Pesquet, "Proximal Splitting Methods in Signal Processing", Algoritmos de punto fijo para problemas inversos en ciencia e ingeniería, p. 185-212, 2011. La ecuación anterior se denota como una ecuación de punto fijo ya que $\hat{\boldsymbol{y}}$ aparece a ambos lados de la ecuación. Así, el problema se resuelve al llevar a cabo las siguientes iteraciones:

$$\widehat{\boldsymbol{y}}^{n+1} = \text{prox}_{\tau\mathcal{R}} \left(\widehat{\boldsymbol{y}}^n - \tau \frac{\partial \mathcal{F}(H\boldsymbol{y}, \boldsymbol{m})}{\partial \boldsymbol{y}} (\widehat{\boldsymbol{y}}^n, \boldsymbol{m}) \right)$$

hasta que se alcance un criterio de convergencia.

Otro algoritmo popular es el algoritmo de umbral de contracción iterativo rápido (FISTA), presentado por A. Beck y M. Teboulle, "A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems", Revista SIAM de Ciencia de Imágenes, vol. 2, p. 183-202, 2009, que es una variante del método descrito anteriormente.

Un ejemplo de la división hacia adelante y hacia atrás es cuando $\mathcal{R}(\boldsymbol{y}) = \|\boldsymbol{y}\|_1$ y $\mathcal{F}(H\boldsymbol{y}, \boldsymbol{m}) = \|H\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}\|_2^2$. En este caso, se realiza la siguiente iteración:

$$\widehat{\boldsymbol{y}}^{n+1} = \text{suave}(\widehat{\boldsymbol{y}}^n - 2\tau^n H^\dagger (H\widehat{\boldsymbol{y}}^n - \boldsymbol{m}), \tau^n),$$

donde $\tau^n \in \mathbb{R}_+$ es un hiperparámetro.

De hecho, el operador de proximidad asociado con el ℓ_1 -normal se define como $\text{prox}_{\tau\|\cdot\|_1}(\boldsymbol{x}) = \text{más suave}(\boldsymbol{x}, \tau)$, donde el operador de umbral suave se define por elementos como: $\text{signo}(\boldsymbol{x}_i) \max(|\boldsymbol{x}_i| - \tau, 0)$, donde $\text{signo}(\boldsymbol{x}_i)$ es igual a 1 cuando $\boldsymbol{x}_i > 0$, 0 cuando $\boldsymbol{x}_i = 0$ y -1 en caso contrario.

Un caso donde \mathcal{F} y \mathcal{R} no son diferenciables se explica a continuación. En este caso, pueden usarse varios métodos, tal como el método de multiplicadores de dirección alterna (ADMM) introducido por S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato y J. Eckstein, "Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers", Fundamentos y tendencias en el aprendizaje automático, vol. 3, p. 1-122, 2011, o algoritmo primal-dual hacia adelante y hacia atrás (PDFB) introducido por P. Combettes, L. Condat, J.-C. Pesquet y BC Vu, "A forward-backward view of some primal-dual optimization methods in image recovery", Actas de la Conferencia Internacional IEEE 2014 sobre Procesamiento de Imágenes, p. 4141-4145, 2014.

A continuación se explica cómo puede resolverse el problema de optimización con M imágenes anteriores. En este caso, puede considerarse que el término anterior puede escribirse como:

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{y}) = \sum_{k=1}^M \mathcal{R}_k(\boldsymbol{y}).$$

En este caso, pueden usarse varios algoritmos tal como: el algoritmo proximal paralelo, primal-dual hacia adelante y hacia atrás (PPXA) introducido por N. Pustelnik, C. Chaux y J.-C. Pesquet, "Parallel Proximal Algorithm for Image Restoration Using Hybrid Regularization", Actas de la IEEE sobre Procesamiento de Imágenes, vol. 20, p. 2450-2462, 2011, o el método de multiplicadores de dirección simultánea (SDMM) introducido por S. Setzer, G. Steidl y T. Teuber, "Deblurring Poissonian Images by Split Bregman Techniques", Revista de Comunicación Visual y Representación de Imágenes, vol. 21, p. 193-199, 2010. Las propiedades comunes de estos algoritmos son que requieren el cálculo del

operador de proximidad de $\mathcal{F}(H\gamma, m)$ (o la derivada de $\mathcal{F}(H\gamma, m)$ y de los M términos anteriores de la imagen. El cálculo de la derivada o el operador de proximidad de $\mathcal{F}(H\gamma, m)$ puede involucrar la estimación del modelo de medición y el operador adjunto de la medición en dependencia de la función $\mathcal{F}(H\gamma, m)$.

5 El método de reconstrucción de imágenes descrito anteriormente puede resumirse en los diagramas de flujo de las Figuras 5 a la 9. El diagrama de flujo de la Figura 5 ofrece una visión general del método. En la etapa 21, un conjunto de ondas de pulso se transmite por un conjunto de elementos de transmisión. En este ejemplo, los elementos de transmisión tienen un tamaño finito y una forma arbitraria. El conjunto de pulsos transmitidos puede comprender solo un pulso o más de un pulso transmitidos en una secuencia. En la etapa 23, un conjunto de formas de onda de eco reflejadas se recibe por un conjunto de sensores, que en este ejemplo tienen un tamaño finito y una forma arbitraria. 10 En la etapa 25, se define el problema inverso que relaciona el conjunto de valores de medición con el conjunto de valores de reflectividad. En la etapa 27, la solución del problema inverso se expresa como un problema de optimización que implica una función objetivo que comprende un término de discrepancia de datos y uno o más términos anteriores de la imagen. En la etapa 29, el problema de optimización se resuelve mediante el uso de proyecciones para obtener una estimación de los valores de reflectividad. 15

El diagrama de flujo de la Figura 6 describe el método propuesto con más detalle en el caso donde la función \mathcal{F} es diferenciable. Las primeras cuatro etapas, es decir, las etapas 31, 33, 35 y 37 son las mismas que las primeras cuatro etapas en el diagrama de flujo de la Figura 6. En la etapa 39, se calcula una primera estimación del valor de

20 reflectividad $\widehat{\gamma}^0 = H^\dagger m$ al estimar el operador adjunto del modelo de medición en los valores de medición m como una inicialización. En la etapa 41, la variable $v^n = H\widehat{\gamma}^n$ se calcula o estima de acuerdo con el diagrama de flujo de

la Figura 8. En la etapa 43, se calcula la derivada $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \gamma}(v^n, m)$. En ciertos ejemplos de implementación, en la etapa 45, el operador adjunto se usa para calcular la derivada del término de discrepancia los datos. Por ejemplo, cuando

25 $\mathcal{F}(H\gamma, m) = \|H\gamma - m\|_2^2$, la derivada de $\mathcal{F}(H\gamma, m)$ se expresa como: $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \gamma}(v^n, m) = H^\dagger(v^n - m)$ que implica el cálculo del operador adjunto del modelo de medición. En la etapa 47, se calculan los operadores de

proximidad de los términos anteriores de la imagen. En la etapa 49, se actualiza $\widehat{\gamma}^n$. En la etapa 50, se determina si se cumple o no un criterio de convergencia. En afirmativo, el proceso llega a su fin. Si no se cumple el criterio, entonces el proceso continúa en la etapa 41.

30 El diagrama de flujo de la Figura 7 describe el método propuesto con más detalle en el caso donde el término de discrepancia de datos es la distancia euclidiana y donde el problema inverso contiene un término anterior de la imagen. Las primeras cinco etapas, es decir, las etapas 51, 53, 55, 57, 59 son sustancialmente las mismas que las primeras cinco etapas en el diagrama de flujo de la Figura 6 con la diferencia que ahora el problema inverso comprende un

35 término anterior de la imagen. En la etapa 61, la variable $v^n = H\widehat{\gamma}^n$ se calcula para cada punto de la cuadrícula de medición de acuerdo con el diagrama de flujo de la Figura 8. En la etapa 63, se calculan los residuos $r^n = v^n - m$. En la etapa 65, el operador adjunto del modelo de medición en los residuos $H^\dagger r^n$ se estima de acuerdo con el diagrama

de flujo de la Figura 10. En la etapa 67, se calcula el valor $\widehat{\gamma}^n - \tau^n H^\dagger r^n$. En la etapa 69, se calcula la proyección en el término anterior de la imagen $\widehat{\gamma}^{n+1} = \text{prox}_{\tau^n \mathcal{R}}(\widehat{\gamma}^n - \tau^n H^\dagger r^n)$. En la etapa 70, se determina si se cumple o no un criterio de convergencia. En afirmativo, el proceso llega a su fin. Si no se cumple el criterio, entonces el proceso continúa en la etapa 61. 40

El diagrama de flujo de la Figura 8 explica un ejemplo del proceso de estimación o procesamiento del modelo de medición. En la etapa 71, se genera un conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad para cada punto de la cuadrícula de medición (que define un sensor de recepción de tamaño finito de forma arbitraria), para cada ubicación de fuente de puntos en el receptor de tamaño finito de forma arbitraria correspondiente al punto de la cuadrícula de medición, para cada transmisor de tamaño finito de forma arbitraria y para cada ubicación de fuente de puntos en el transmisor de tamaño finito de forma arbitraria. En otras palabras, se genera un conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad para cada ruta de onda transmisora-receptora entre cada par de las fuentes de puntos en cada transmisor y cada receptor. Las ecuaciones paramétricas de reflectividad definen un conjunto de hipersuperficies de reflectividad. En la etapa 73, la hipersuperficie de reflectividad se discretiza para obtener un conjunto de muestras de reflectividad de hipersuperficie. En la etapa 75, las muestras de reflectividad de hipersuperficie se interpolan en la cuadrícula de reflectividad. En la etapa 77, se suman las muestras de reflectividad de hipersuperficie interpoladas y discretizadas. En la etapa 79, el valor obtenido en la etapa 77 se adiciona a la estimación del valor de medición en el punto de la cuadrícula de medición. En la etapa 80, la estimación del valor de medición acumulado obtenido se convolucionna con la forma del pulso. 55

El diagrama de flujo de la Figura 9 explica un ejemplo del proceso de estimación o procesamiento del operador adjunto del modelo de medición. En la etapa 81, las estimaciones del valor de medición se convolucionan con el filtro adaptado de la forma del pulso. En la etapa 83, se genera un conjunto de ecuaciones paramétricas de medición para cada punto de la cuadrícula de reflectividad, para cada transmisor de tamaño finito de forma arbitraria, para cada receptor de tamaño finito de forma arbitraria, para cada ubicación de fuente de puntos en el transmisor de tamaño finito de forma arbitraria y para cada ubicación de fuente de puntos en el receptor de tamaño finito de forma arbitraria. En otras palabras, se genera un conjunto de ecuaciones paramétricas de medición para cada ruta transmisora-receptora entre cada par de las fuentes de puntos en cada transmisor y cada receptor. Las ecuaciones paramétricas de medición definen un conjunto de hipersuperficies de medición. En la etapa 85, la hipersuperficie de medición se discretiza para obtener un conjunto de muestras de medición de hipersuperficie. En la etapa 87, las muestras de medición de hipersuperficie se interpolan en la cuadrícula de medición. En la etapa 89, se suman las muestras de medición de hipersuperficie interpoladas y discretizadas. En la etapa 90, el valor obtenido en la etapa 89 se adiciona a la estimación del valor de reflectividad en el punto de la cuadrícula de reflectividad.

Las ondas de pulso transmitidas pueden generarse por al menos un dispositivo de transducción electromecánica excitado por una señal eléctrica. Los valores de medición pueden obtenerse a partir de una señal eléctrica generada por al menos un dispositivo de transducción electromecánica recíproco. Los dispositivos de transducción electromecánica se disponen espacialmente en: una o más sondas de arreglo lineal con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente un paso de longitud de onda, y alineados a lo largo de una línea recta, convexa o cóncava; una o más sondas de arreglo en fase con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente medio paso de longitud de onda, y alineados a lo largo de una línea recta, convexa o cóncava; una o más sondas de arreglo de matriz con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente un paso de longitud de onda, y alineados en una superficie plana; o una o más sondas de arreglo de matriz con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente medio paso de longitud de onda, y alineados en una superficie plana.

Si bien la invención se ha ilustrado y descrito en detalle en los dibujos y la descripción anterior, dicha ilustración y descripción deben considerarse ilustrativas o ejemplares y no restrictivas, la invención que no se limita a la modalidad descrita. Se entienden otras modalidades y variantes, y los expertos en la técnica pueden lograrlas al llevar a cabo la invención reivindicada, en base a un estudio de los dibujos, la descripción y las reivindicaciones adjuntas.

Por ejemplo, las enseñanzas de la presente invención pueden aplicarse a la formación de imágenes fotoacústicas, donde las ondas acústicas de transmisión se reemplazan con pulsos de radiación electromagnética. En este caso particular, todo el formalismo introducido en la presente descripción puede simplificarse al establecer todos los retrasos de propagación de transmisión acústica en cero, porque la radiación electromagnética se propaga a una velocidad cercana a la velocidad de la luz, es decir, típicamente cinco órdenes de magnitud más rápido que la velocidad de sonido. Por esta razón, los retrasos en la propagación de la transmisión pueden descuidarse al contabilizar los retrasos de la propagación acústica en la recepción. Otra modificación considerada en la presente invención es en el uso de tecnologías de transductores diferentes de los materiales piezoeléctricos, tales como los transductores de ultrasonido mecanizados capacitivos (CMUT). Aún otra modificación es aplicar la invención en un esquema multiplexado en el tiempo, de manera que los subconjuntos de elementos transductores de transmisión y/o recepción se abordan sucesivamente en secuencia, y las señales resultantes se almacenan para una recombinación posterior. Todas las aplicaciones anteriores también pueden traducirse a técnicas de formación de imágenes no lineales específicas de contraste basadas en microburbujas conocidas en la técnica, tales como la inversión de pulso, la modulación de amplitud, la inversión de pulso de modulación de amplitud, la formación de imágenes armónicas, etc.

La presente invención también propone un producto de programa informático que comprende instrucciones almacenadas en un medio no transitorio para implementar las etapas del método como se explicó anteriormente cuando se carga y ejecuta en medios informáticos de un dispositivo electrónico de procesamiento de datos, tal como el aparato de formación de imágenes 1.

En las reivindicaciones, la palabra "que comprende" no excluye otros elementos o etapas, y el artículo indefinido "un" o "una" no excluye una pluralidad. El simple hecho de que se mencionen características diferentes en reivindicaciones dependientes mutuamente diferentes no indica que una combinación de estas características no pueda usarse ventajosamente.

REIVINDICACIONES

1. Un método de reconstrucción de imágenes de ondas de pulso que comprende:
- 5 • transmitir (21) un conjunto de ondas de pulso a un objeto para ser reconstruido al menos parcialmente por medio de un conjunto de elementos de transmisión (13);
 - 10 • recibir (23) un conjunto de formas de onda de eco reflejadas, por medio de un conjunto de sensores (13), del objeto, **caracterizado por** un conjunto de valores de reflectividad definidos en una cuadrícula de reflectividad que comprende puntos de la cuadrícula de reflectividad, el conjunto de formas de onda de eco que define un conjunto de valores de medición definidos en una cuadrícula de medición que comprende puntos de la cuadrícula de medición;
 - 15 • definir (25) un problema inverso para obtener un conjunto de estimaciones de valores de reflectividad a partir del conjunto de valores de medición mediante un modelo de medición;
 - 20 • expresar (27) el problema inverso como un problema de optimización que implica una función objetivo que comprende un término de discrepancia de datos;
 - 25 • expresar (27) el problema de optimización como un sistema de ecuaciones que implica contribuciones del término de discrepancia de datos;
 - 30 • obtener (29) el conjunto de estimaciones de valores de reflectividad al realizar iteraciones en el sistema de ecuaciones hasta que se haya alcanzado un umbral de convergencia dado, al menos algunas de las iteraciones que involucran al menos una estimación del valor de medición para cada punto de la cuadrícula de medición de un conjunto de puntos de la cuadrícula de medición y una estimación del valor de reflectividad para cada punto de la cuadrícula de reflectividad de un conjunto de puntos de la cuadrícula de reflectividad;
- 30 el método que se **caracteriza porque** la obtención de las contribuciones en el sistema de ecuaciones comprende:
- 35 • obtener la estimación del valor de medición para cada punto de la cuadrícula de medición del conjunto de puntos de la cuadrícula de medición del modelo de medición, que comprende:
 - 40 • generar (71) un conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad por elemento de transmisión - trayectoria del sensor que define un conjunto de hipersuperficies de reflectividad que comprende los valores de reflectividad de hipersuperficie;
 - 45 • integrar (77) los valores de reflectividad de hipersuperficie sobre cada hipersuperficie de reflectividad del conjunto de hipersuperficies de reflectividad para obtener la estimación del valor de medición para el punto de la cuadrícula de medición respectivo;
 - 50 • obtener la estimación del valor de reflectividad para cada punto de la cuadrícula de reflectividad del conjunto de puntos de la cuadrícula de reflectividad a partir de un operador adjunto del modelo de medición, que comprende:
 - 55 • generar (83) un conjunto de ecuaciones paramétricas de medición por elemento de transmisión - trayectoria del sensor que define un conjunto de hipersuperficies de medición que comprende los valores de medición de hipersuperficie;
 - 60 • integrar (89) los valores de medición de hipersuperficie sobre cada hipersuperficie de medición del conjunto de hipersuperficies de medición para obtener la estimación del valor de reflectividad para el punto de la cuadrícula de reflectividad respectivo.
- 60 2. El método de acuerdo con la reivindicación 1, en donde cada elemento de transmisión (13) del conjunto de elementos de transmisión se considera como un conjunto de fuentes de puntos de transmisión, mientras que cada sensor (13) del conjunto de sensores se considera como un conjunto de fuentes de puntos de recepción.
- 60 3. El método de acuerdo con la reivindicación 1 o 2, en donde, antes de integrar los valores de reflectividad de hipersuperficie, el método comprende, además:
- 65 • discretizar (73) cada hipersuperficie de reflectividad del conjunto de hipersuperficies de reflectividad para obtener los valores de reflectividad de hipersuperficie;

- interpolar (75) los valores de reflectividad de hipersuperficie discretizados para que coincidan sustancialmente con los puntos de la cuadrícula de reflectividad.
- 5 4. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde, antes de integrar los valores de medición de hipersuperficie, el método comprende, además:
- discretizar (85) cada hipersuperficie de medición del conjunto de hipersuperficies de medición para obtener los valores de medición de hipersuperficie;
- 10 • interpolar (87) los valores de medición de hipersuperficie discretizados para que coincidan sustancialmente con los puntos de la cuadrícula de medición.
5. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde el término de discrepancia de datos se expresa como una función positiva que evalúa una distancia entre el valor de medición y la estimación del valor de medición para cada punto de la cuadrícula de medición del conjunto de puntos de la cuadrícula de medición.
- 15 6. El método de acuerdo con la reivindicación 5, en donde la función positiva es una función positiva diferenciable.
- 20 7. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde la función objetivo se expresa como una combinación del término de discrepancia de datos y al menos un término anterior de la imagen, el término anterior de la imagen que comprende la información anterior sobre los valores de reflectividad.
- 25 8. El método de acuerdo con la reivindicación 7, en donde el al menos un término anterior de la imagen se expresa como el ℓ_p -normal al poder de p de la representación del conjunto de estimaciones de valores de reflectividad en un modelo dado, el ℓ_p -normal que se define para un vector $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^N$ como $\|\mathbf{a}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^N |a_i|^p}$, donde \mathbb{R} denota el espacio de los números reales.
- 30 9. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde las ondas de pulso son ondas acústicas de pulso u ondas de radiación electromagnética.
10. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde las ondas de pulso comprenden un conjunto de ondas planas dirigidas o un conjunto de ondas divergentes.
- 35 11. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde las ondas de pulso se generan por al menos un dispositivo de transducción electromecánica excitado por una señal eléctrica, y los valores de medición se obtienen a partir de una señal eléctrica generada por al menos un dispositivo de transducción electromecánica recíproco.
- 40 12. El método de acuerdo con la reivindicación 11, en donde los dispositivos de transducción electromecánica se disponen espacialmente en
- una sonda de formación lineal con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente un paso de longitud de onda, y alineados a lo largo de una línea recta, convexa o cóncava;
- 45 • una sonda de formación en fase con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente medio paso de longitud de onda, y alineados a lo largo de una línea recta, convexa o cóncava;
- una sonda de formación de matriz con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente un paso de longitud de onda, y alineados en una superficie plana; o
- 50 • una sonda de formación de matriz con una estructura de múltiples elementos con sustancialmente medio paso de longitud de onda, y alineados en una superficie plana.
- 55 13. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde las hipersuperficies de reflectividad y medición tienen una forma cónica cuando el conjunto de valores de reflectividad se encuentra en un espacio en 2D, y una forma cuadrática cuando el conjunto de valores de reflectividad se encuentra en un espacio en 3D.
- 60 14. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones anteriores, en donde la integración de los valores de medición o reflectividad de hipersuperficie se logra por medio de la integración numérica, y en donde el método comprende, además: adicionar (79) la estimación del valor de medición obtenida a la estimación del valor de medición anterior en el punto de la cuadrícula de medición respectivo para obtener una estimación del

valor de medición acumulado; y convolucionar (80) la estimación del valor de medición acumulado con la forma de pulso de la onda de pulso transmitida.

- 5 15. Un aparato de formación de imágenes (1) para reconstruir una imagen de un objeto, el aparato que comprende medios para:
- transmitir un conjunto de ondas de pulso a un objeto para ser reconstruido al menos parcialmente por medio de un conjunto de elementos de transmisión (13);
 - 10 • recibir un conjunto de formas de onda de eco reflejadas, por medio de un conjunto de sensores (13), del objeto **caracterizado por** un conjunto de valores de reflectividad definidos en una cuadrícula de reflectividad que comprende los puntos de la cuadrícula de reflectividad, el conjunto de formas de onda de eco que define un conjunto de valores de medición definidos en una cuadrícula de medición que comprende los puntos de la cuadrícula de medición;
 - 15 • definir un problema inverso para obtener un conjunto de estimaciones de valores de reflectividad a partir del conjunto de valores de medición mediante un modelo de medición;
 - expresar el problema inverso como un problema de optimización que implica una función objetivo que comprende un término de discrepancia de datos;
 - 20 • expresar el problema de optimización como un sistema de ecuaciones que implican contribuciones del término de discrepancia de datos;
 - 25 • obtener el conjunto de estimaciones de valores de reflectividad al realizar iteraciones en el sistema de ecuaciones hasta que se haya alcanzado un umbral de convergencia dado, al menos algunas de las iteraciones que involucran al menos una estimación del valor de medición para cada punto de la cuadrícula de medición de un conjunto de puntos de la cuadrícula de medición y una estimación del valor de reflectividad para cada punto de la cuadrícula de reflectividad de un conjunto de puntos de la cuadrícula de reflectividad;
 - 30 el aparato **caracterizado porque** para obtener las contribuciones en el sistema de ecuaciones, el aparato comprende medios para:
 - 35 • obtener la estimación del valor de medición para cada punto de la cuadrícula de medición del conjunto de puntos de la cuadrícula de medición del modelo de medición, la estimación del valor de medición que se configura para obtenerse al:
 - 40 • generar (71) un conjunto de ecuaciones paramétricas de reflectividad por elemento de transmisión - trayectoria del sensor que define un conjunto de hipersuperficies de reflectividad que comprende los valores de reflectividad de hipersuperficie;
 - 45 • integrar (77) los valores de reflectividad de hipersuperficie sobre cada hipersuperficie de reflectividad del conjunto de hipersuperficies de reflectividad para obtener la estimación del valor de medición para el punto de la cuadrícula de medición respectivo;
 - 50 • obtener la estimación del valor de reflectividad para cada punto de la cuadrícula de reflectividad del conjunto de puntos de la cuadrícula de reflectividad de un operador adjunto del modelo de medición, la estimación del valor de reflectividad que se configura para obtenerse al:
 - 55 • generar (83) un conjunto de ecuaciones paramétricas de medición por elemento de transmisión - trayectoria del sensor que define un conjunto de hipersuperficies de medición que comprende los valores de medición de hipersuperficie;
 - 60 • integrar (89) los valores de medición de hipersuperficie sobre cada hipersuperficie de medición del conjunto de hipersuperficies de medición para obtener la estimación del valor de reflectividad para el punto de la cuadrícula de reflectividad respectivo.

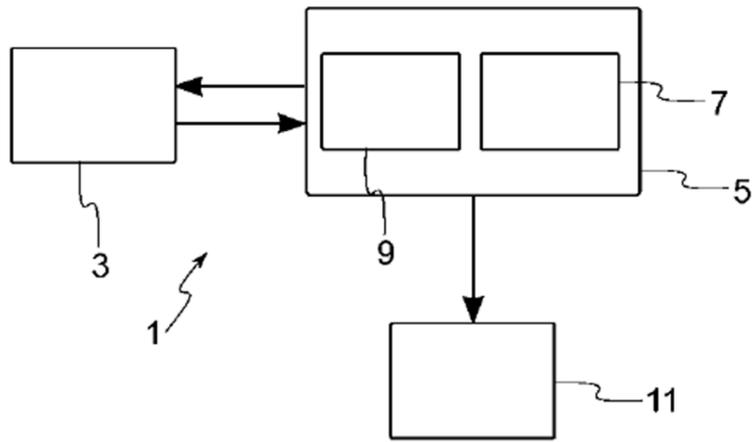


Figura 1

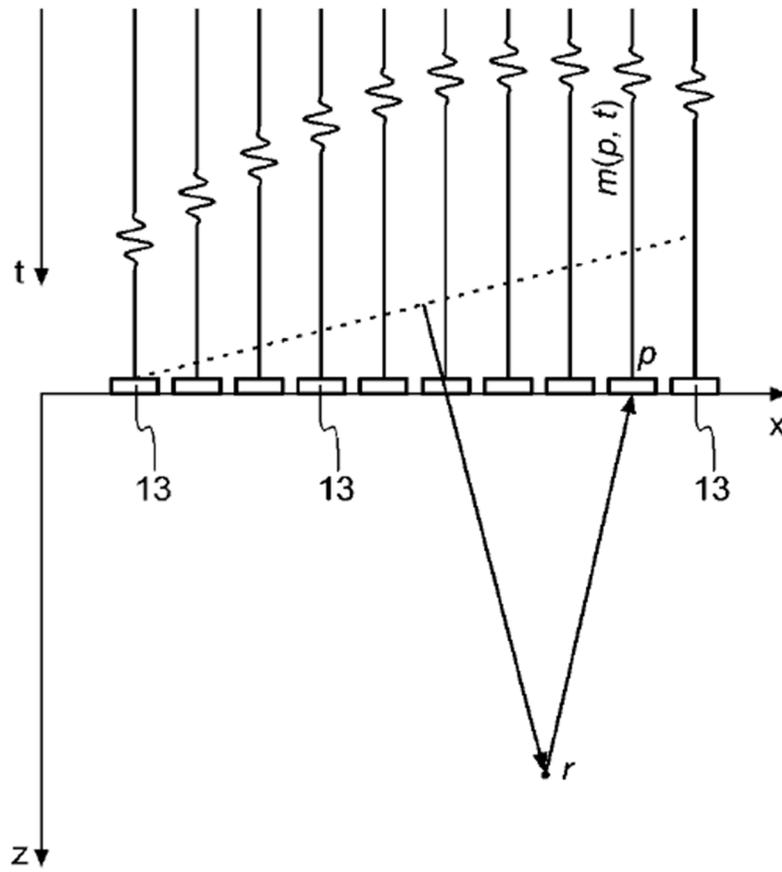


Figura 2

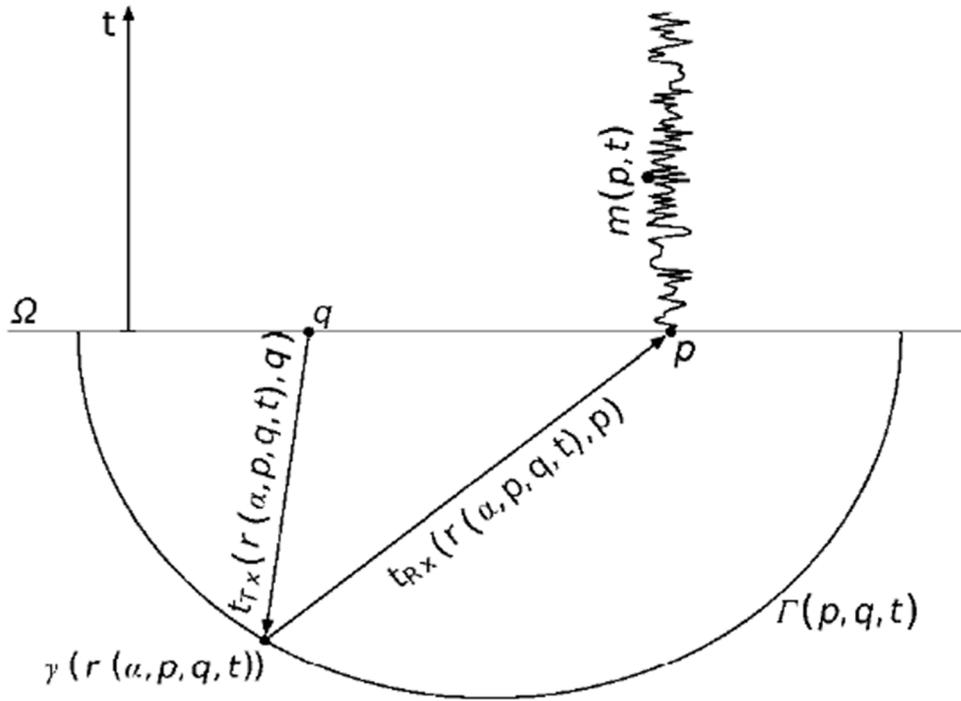


Figura 3

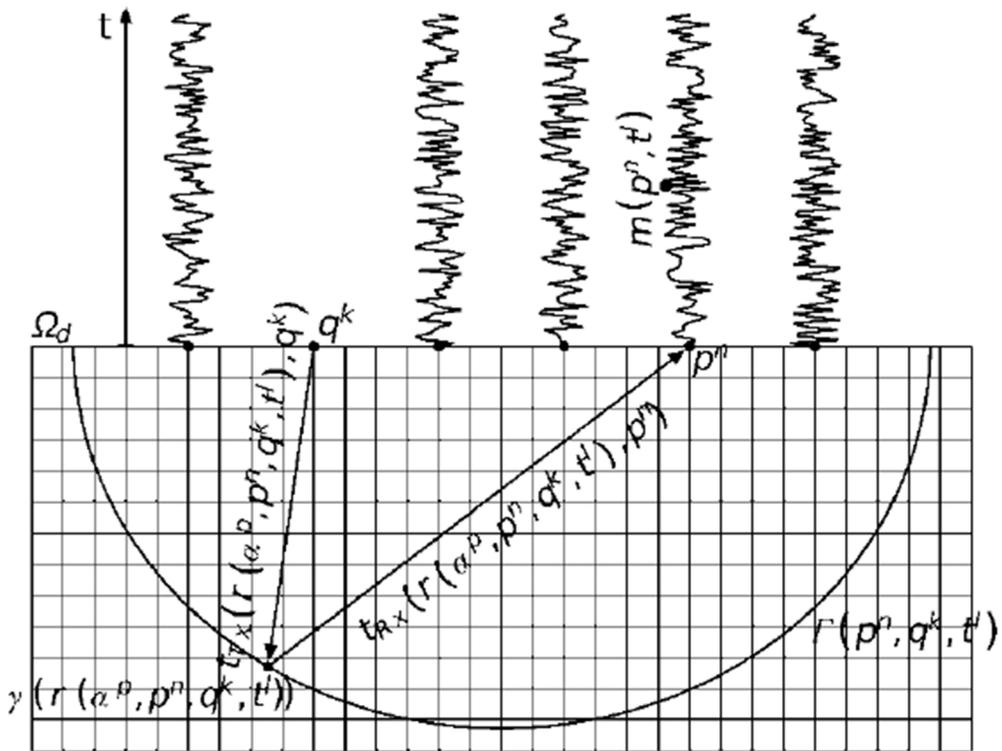


Figura 4

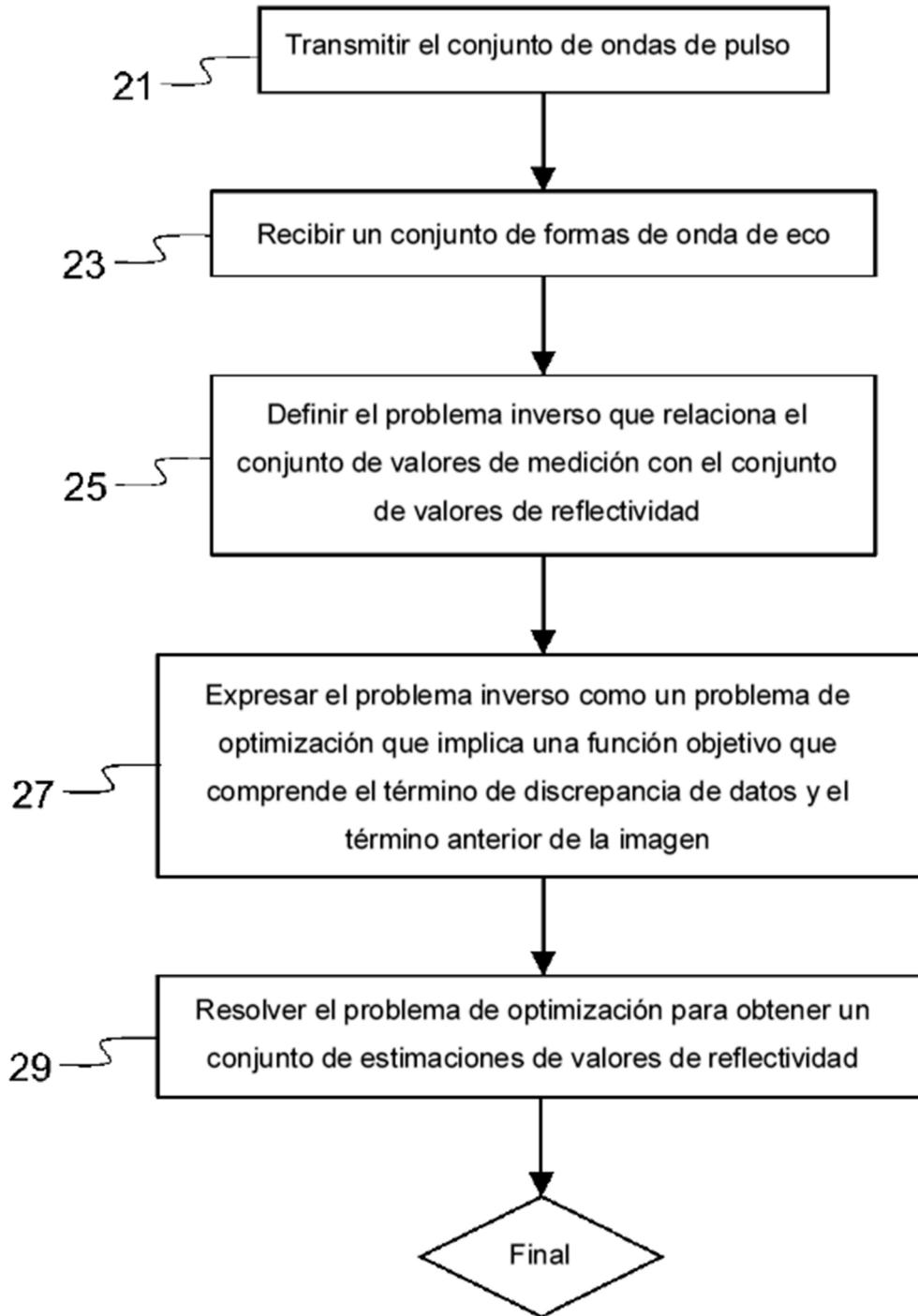


Figura 5

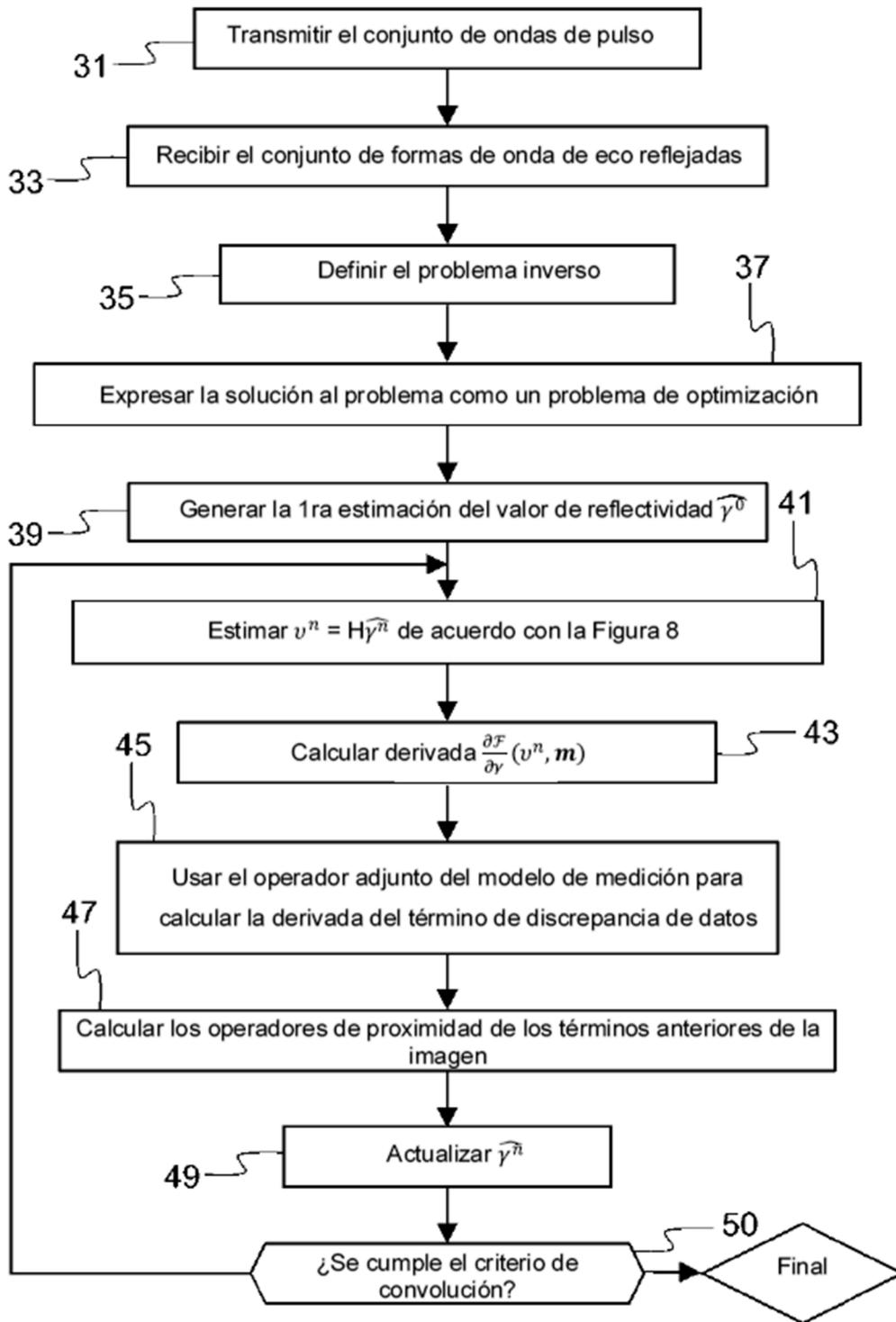


Figura 6

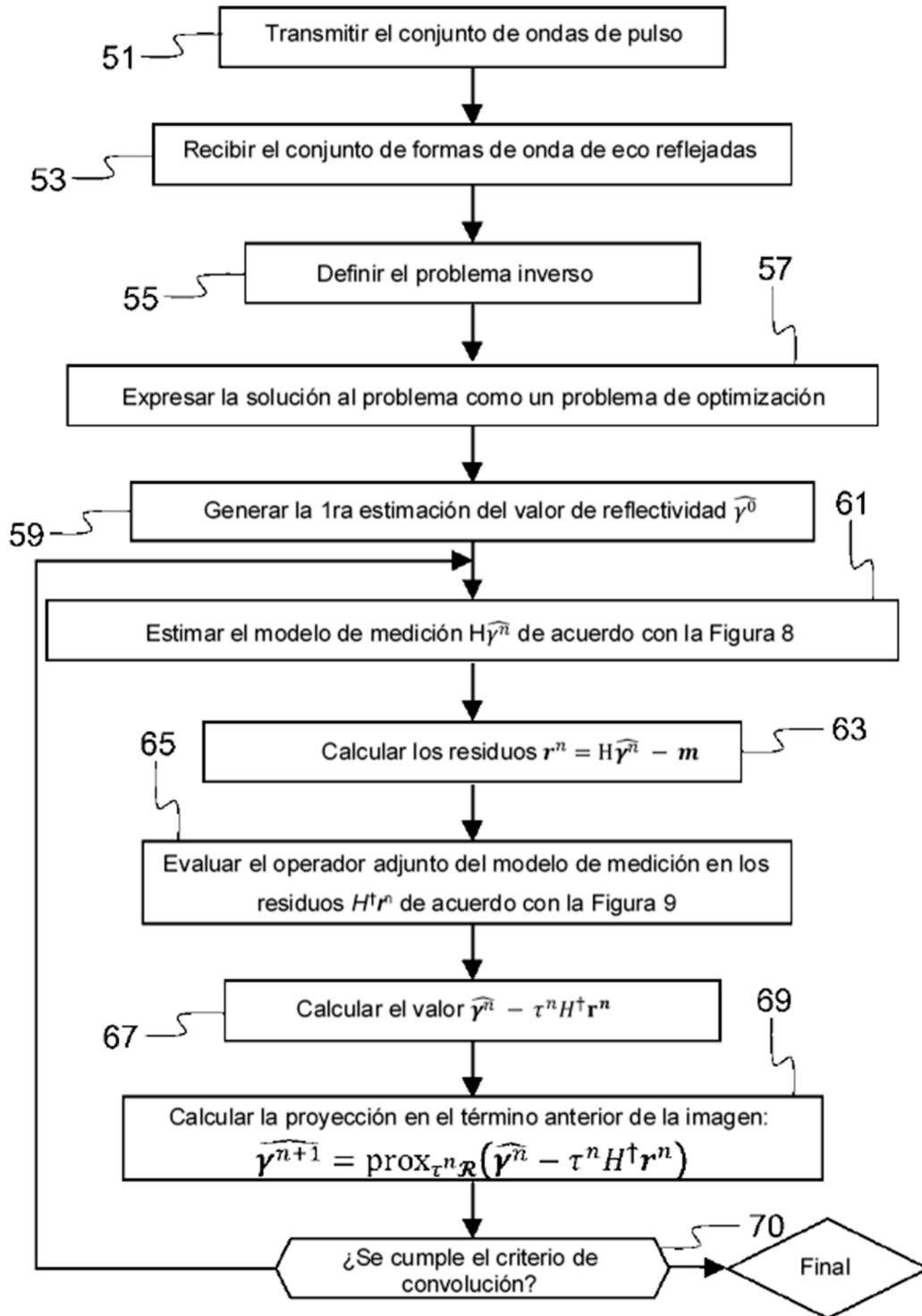


Figura 7

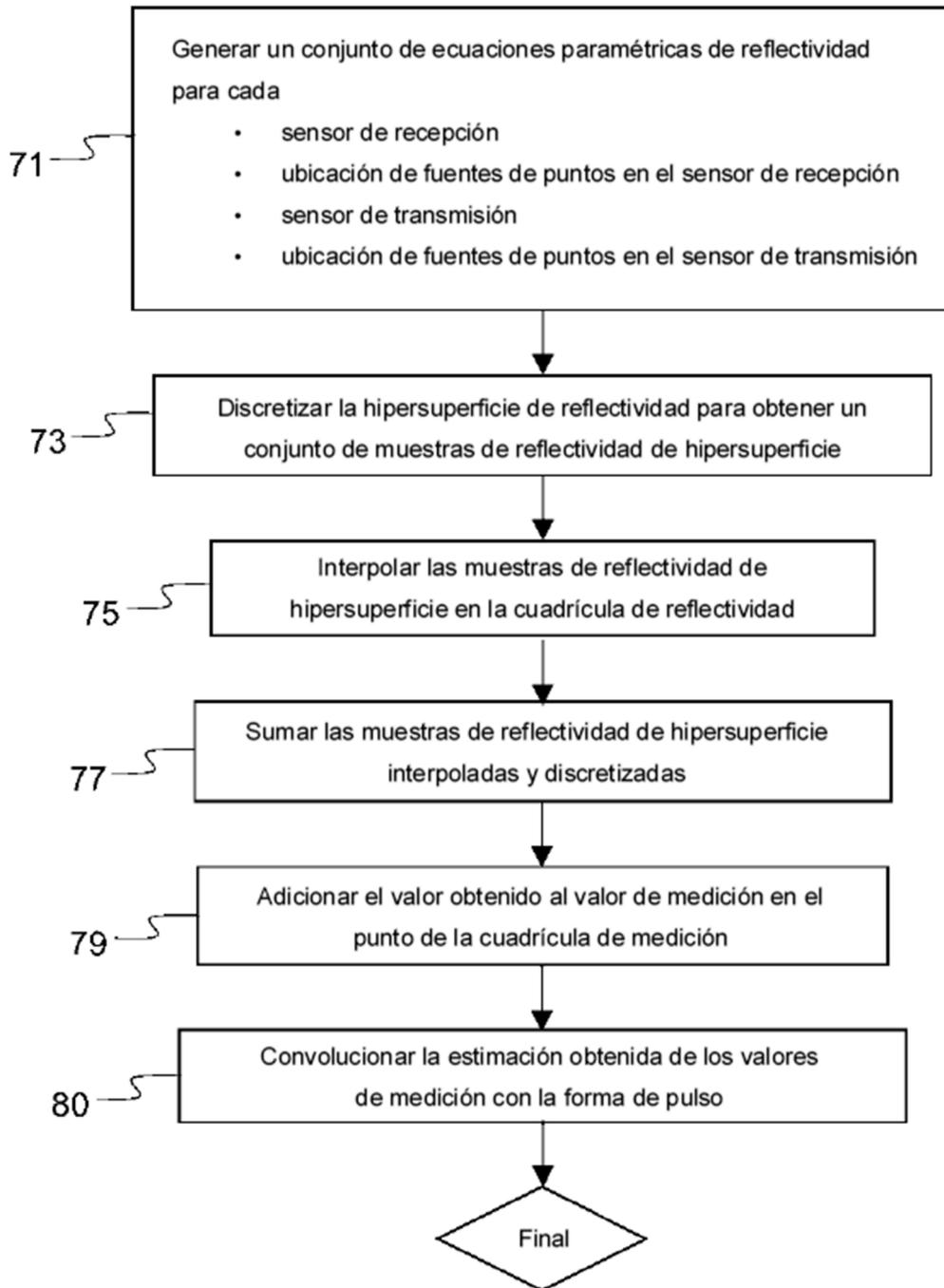


Figura 8

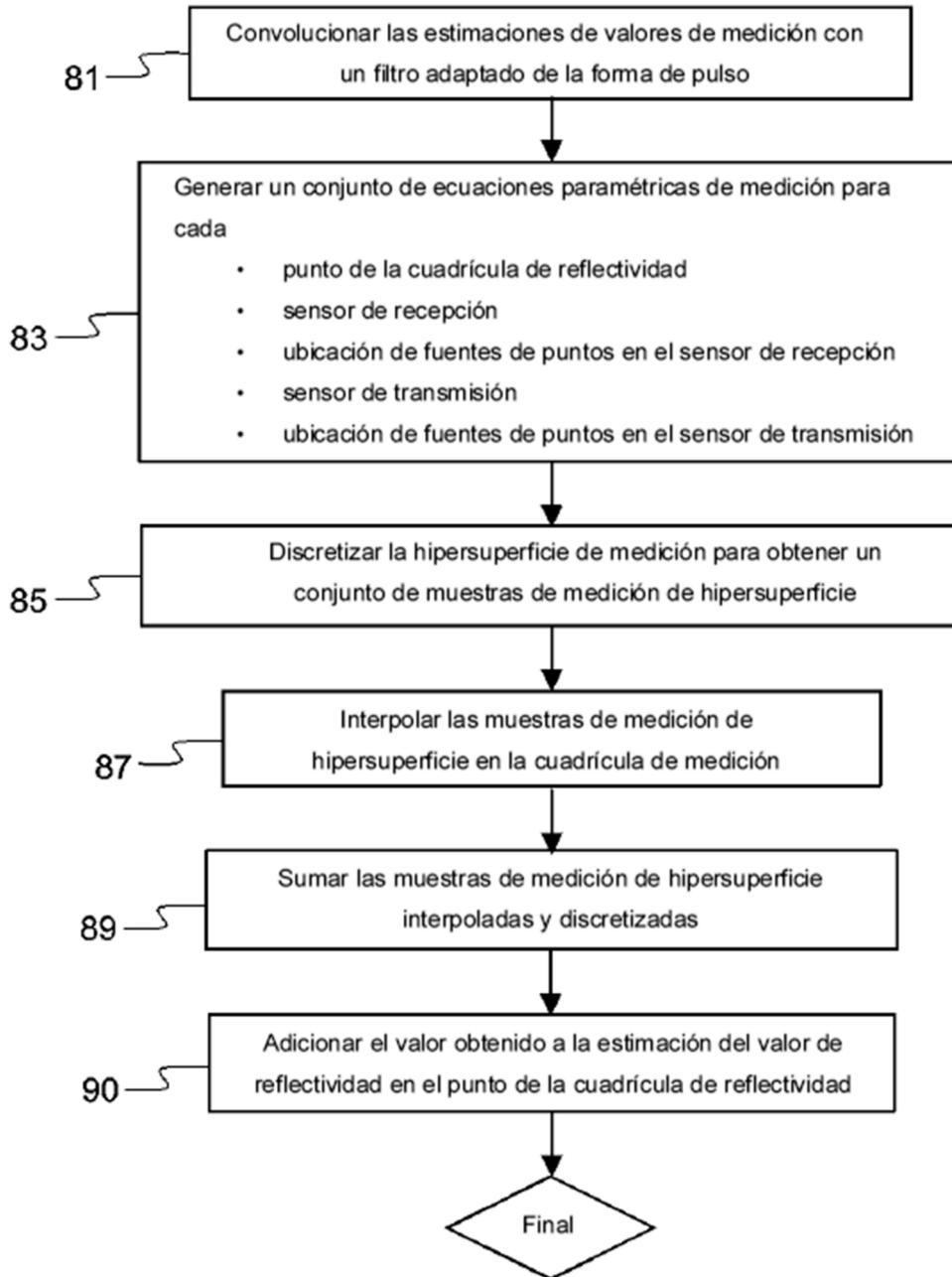


Figura 9