

19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 812 572**

51 Int. Cl.:

**G01S 3/74** (2006.01)

**G01S 3/48** (2006.01)

**H01Q 21/00** (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **06.04.2004 E 15173452 (2)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **24.06.2020 EP 2977783**

54 Título: **Interferómetros**

30 Prioridad:

**10.04.2003 GB 0308265**

**10.04.2003 EP 03252273**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:  
**17.03.2021**

73 Titular/es:

**LEONARDO MW LTD (100.0%)  
Christopher Martin Road  
Basildon, Essex SS14 3EL, GB**

72 Inventor/es:

**COOPER, ROBERT y  
COOPER, ALEXIS**

74 Agente/Representante:

**ELZABURU, S.L.P**

**ES 2 812 572 T3**

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

**DESCRIPCIÓN**

Interferómetros

5 La presente invención se refiere a los interferómetros y está relacionada más particularmente con la medición del ángulo de incidencia de la radiación electromagnética incidente en tal interferómetro.

Es conocido como usar un par de antenas para detectar la ubicación de una señal electromagnética. El par de antenas se dispone de forma que el espaciado entre las dos antenas es de forma que la diferencia de fase,  $\Phi$ , de las señales que llegan a las antenas se puede calcular usando la ley de Bragg:

$$\phi = \frac{2\pi d \text{sen}\theta}{\lambda}$$

15 donde  $\theta$  es el ángulo en el que las señales se aproximan a las dos antenas,  $d$  es el espaciado entre las antenas y  $\lambda$  es la longitud de onda de la radiación incidente.

La diferencia de fase de la señal electromagnética incidente en las dos antenas se puede medir y la ubicación de la señal electromagnética se puede determinar entonces del ángulo en el que las señales se aproximan a las dos antenas usando la ley de Bragg.

20 Sin embargo, la diferencia de fase entre las señales que llegan a dos antenas solo puede medirse módulo  $2\pi$ . Esto quiere decir que para una diferencia de fase de  $\Phi$  puede haber más de un valor que satisfará la ley de Bragg produciendo por ello un resultado ambiguo. Con el fin de superar este problema, es necesario ubicar el par de antenas suficientemente cerca de modo que no importa el ángulo,  $\theta$ , con el que llega la radiación incidente a las antenas, la diferencia de fase sería nunca excedería  $2\pi$ . Con el fin de hacer esto, la diferencia de fase,  $\Phi$ , debe mantenerse en el intervalo  $[-\pi, \pi)$ , de forma que

$$\pi > \left| \frac{2\pi d \text{sen}\theta}{\lambda} \right|$$

30 Para la radiación incidente que tiene una frecuencia de menos de 18 GHz y una especificación de antena donde  $\theta$  está limitado de forma que  $|\theta| < 60^\circ$ , entonces  $d = d_0$  es 9.2mm como una separación adecuada entre las dos antenas.

35 Sin embargo, mientras que esto es posible en teoría, es prácticamente imposible para las antenas estar separadas menos de unos pocos centímetros. Esto lleva a la ambigüedad en cuanto a cuántos  $2\pi$  se necesitan añadir a la fase medida para obtener la medición correcta.

40 Por lo tanto, un objeto de la presente invención es proporcionar una disposición de interferómetro que supere los problemas mencionados anteriormente y proporcione determinaciones inequívocas del ángulo de incidencia de la radiación electromagnética incidente.

Según la invención, se proporciona un método para determinar las posiciones relativas de al menos tres antenas de una formación de antenas utilizada en una disposición de interferómetro según la reivindicación 1.

45 Para una mejor comprensión de la presente invención, ahora se hará referencia, solo a modo de ejemplo, a los dibujos adjuntos en los que:

- 50 La Figura 1 es un diagrama de bloques esquemático de un aparato convencional para determinar la ubicación de un radar u otra radiación electromagnética incidente;
- la Figura 2 es un diagrama de bloques esquemático de un aparato para determinar la ubicación de un transmisor de radiación electromagnética según la presente invención;
- la Figura 3 ilustra una realización de una formación de antenas para uso en el aparato de la Figura 2;
- la Figura 4 ilustra el número de emparejamientos de cuatro antenas;
- la Figura 5 ilustra las posibles combinaciones para seleccionar cuatro emparejamientos para cuatro antenas;
- 55 la Figura 6 ilustra una realización simplificada de una formación de antenas según la presente invención;
- la Figura 7 ilustra la ley de Bragg para tres dimensiones donde una formación de antenas está alineada en el plano x-y;
- la Figura 8 ilustra un dibujo simplificado de una segunda realización de una formación de antenas para uso en el aparato de la Figura 2; y

la Figura 9 ilustra una segunda realización simplificada de una formación de antenas según la presente invención.

5 Con referencia inicialmente a la Figura 1, se muestra una disposición de interferómetro convencional 10 en la que dos antenas 12, 14 están separadas una distancia, d. Cada antena 12, 14 está dispuesta para recibir una onda plana 16 de radiación electromagnética emitida desde un transmisor (no se muestra) ubicado en un ángulo desconocido,  $\theta$ . Cada antena 12, 14 se selecciona para recibir la radiación de la onda plana 16 a una frecuencia particular y de ahí una longitud de onda,  $\lambda$ .

10 Cada antena 12, 14, cuando recibe la radiación de la onda plana 16, produce una señal de salida 18, 20 que se pasa a un procesador 22 para el procesamiento. El procesador 22 determina el ángulo desconocido,  $\theta$ , del transmisor usando la ley de Bragg:

$$\phi = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

15 ya que la diferencia de fase,  $\Phi$ , entre la radiación que llega a cada antena 12, 14 también se puede medir o determinar. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, la diferencia de fase entre las señales que llegan a cada antena 12, 14 solo se puede medir en módulo  $2\pi$  y puede existir una ambigüedad en el valor determinado de  $\theta$ .

20 Si  $\chi$  es la diferencia de fase que se mide realmente entre las dos antenas, entonces los errores se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\chi = \alpha d + \varepsilon + \Delta$$

25 donde

$$\alpha = \frac{2\pi \sin\theta}{\lambda}, \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

30 y  $\Delta$  delta es el error determinista y  $\varepsilon$  es una variable aleatoria que se distribuye con una distribución normal que tiene una media de 0 y una varianza de  $\sigma^2$ . Para facilitar la explicación,  $\Delta$  será ignorado en el siguiente ejemplo, pero se apreciará fácilmente que se puede permitir  $\Delta$  en cualquier sistema práctico según técnicas de procesamiento conocidas.

35 Los errores deterministas se refieren a los errores de medición de fase que tienen una media distinta de cero entre los canales de antena de RF y ocurre donde dos canales de un conmutador de RF de M canales se usa con una diferencia de ruta sistemática en el conmutador. La presente invención permite la medición secuencial de la diferencia de fase del par de antenas (receptor de dos canales) o la medición simultánea de la fase en cada antena (receptor de N canales) y la sustracción de las fases para formar las diferencias de fase. La elección del esquema de medición se refleja en la matriz de covarianza de medición R que es diagonal para el primer caso y no diagonal para el segundo caso.

40 Los errores no deterministas se refieren a los errores de medición de fase que tienen una media cero entre los canales de antena de RF. Estos errores ocurrirían donde los canales de RF detrás de las antenas coinciden perfectamente, por ejemplo, cables coincidentes y sin diferencias de ruta introducidas por los conmutadores de RF.

45 Según la presente invención, en la Figura 2 se muestra una disposición de interferómetro 30 mejorada. La disposición de interferómetro 30 comprende una formación de antenas 32 que recibe una onda plana 34 de radiación electromagnética desde un transmisor (no se muestra) ubicado en un ángulo desconocido,  $\theta$ , como anteriormente. La formación de antenas 32 comprende una pluralidad de antenas que reciben la radiación de la onda plana 34. En este ejemplo particular, hay cuatro antenas (no se muestran individualmente). Cada antena proporciona una señal de salida 36, 38, 40, 42 a una unidad de conmutación 44 que selecciona dos de las señales de salida, digamos 38, 40, para pasar al procesador 46 para el procesamiento. Aquí, se seleccionan cuatro pares de señales de diferentes pares de antenas y se pasan al procesador para el procesamiento. El procesador 46 procesa los cuatro pares de señales y proporciona una señal de salida 48 que da el valor de  $\theta$ .

55 Alternativamente, si se usa un receptor digital para recibir las señales, no se necesita la unidad de conmutación 44. Esto es porque las señales recibidas por el receptor digital se pueden combinar de cualquier forma necesaria para proporcionar  $\theta$ .

La Figura 3 ilustra una realización de una formación de antenas 32 en más detalle. La formación 32 incluye cuatro antenas 50, 52, 54, 56 dispuestos en una línea recta. Cada antena 50, 52, 54, 56 puede comprender una antena de espiral como se describe en el documento EP-A-1 026 777. Alternativamente, se puede usar cualquier otra antena adecuada.

Cada antena 50, 52, 54, 56 está separada de sus antenas adyacentes de forma que el espaciado entre la antena 50 y la antena 54 es  $L_1$ , el espaciado entre la antena 52 y la antena 56 es  $L_2$ , el espaciado entre la antena 54 y la antena 56 es  $L_3$ , y el espaciado entre la antena 50 y la antena 56 es  $L_4$ . La elección de los emparejamientos en esta realización particular es a modo de ejemplo.

Como se discutió anteriormente, para frecuencias de radiación de menos de 18 GHz, el valor del espaciado,  $d_0$ , entre un par de antenas que permite que se identifique inequívocamente la fase es 9,2 mm. Según la presente invención,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$  se eligen para ser múltiplos integrales de  $d_0$ , es decir:

$$\begin{aligned} L_1 &= K_1 d_0 \\ L_2 &= K_2 d_0 \\ L_3 &= K_3 d_0 \\ L_4 &= K_4 d_0 \end{aligned}$$

donde  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  son relativamente primos. Esto quiere decir que los valores de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  tienen un factor común más alto de forma que  $\text{hcf}(k_1, k_2, k_3, k_4) = 1$ .

Combinando mediciones de diferencia de fase entre varios pares de antenas en la formación de antenas 32, se puede obtener una buena estimación de la diferencia de fase que se mediría entre dos antenas que tenían una distancia de separación  $d_0$ . Esto da inequívocamente el ángulo de llegada,  $\theta$ .

Sin embargo, hay que tener en cuenta que cuando se eligen los valores de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  los valores deben ser físicamente realizables. Una forma de determinar si los valores de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  son físicamente realistas es ejecutando todos los valores posibles para  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  para cada forma posible de separar cuatro antenas, y para cada forma, examinar los diferentes valores de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  producidos escogiendo diferentes conjuntos de pares de antenas.

Por ejemplo, para el ejemplo que se muestra en la Figura 3, se deben escoger cuatro pares de antenas de las seis posibles elecciones como se muestra en la Figura 4. Esto da 15 formas diferentes de elegir cuatro pares de antenas como se muestra en la Figura 5. De las 15 elecciones diferentes mostradas, las elecciones 1 a 6 se pueden considerar como que son imágenes especulares de las opciones 10 a 15 y por lo tanto las elecciones se pueden limitar a las elecciones 1 a 9.

Cuando una formación de antenas 32 como se describe con referencia a la Figura 3 se utiliza en la disposición de interferómetro 30, se forma una pluralidad de interferómetros virtuales. Con el fin de describir cómo funciona esto en más detalle, en la Figura 6 se ilustra una formación de antenas más simple que tiene tres antenas.

En la Figura 6, se muestra una línea de tres antenas A, B, C. Cada par de antenas A-B, B-C, A-C tiene un múltiplo entero de  $d_0$  entre ellos como se muestra, en concreto,  $3d_0$  entre A-B,  $2d_0$  entre B-C y  $5d_0$  entre A-C. En este ejemplo, se pueden construir tres interferómetros virtuales y  $M=3$ . En general, si hay varias antenas en una línea, es necesario identificar  $M$  pares de antenas y hacer  $M$  mediciones de diferencia de fase entre estos pares. Las mismas antenas se pueden usar en más de un par, pero tenga en cuenta que si las mediciones van a ser independientes, puede ser necesario hacer una medición una fracción de segundo después de otra.

En el ejemplo que se muestra en la Figura 6,  $k = (5,2,3)^T$  si las señales se procesan de los pares de antenas en el orden A-C, B-C y A-B.

Con el fin de determinar las posiciones de las antenas en un espacio particular, es necesario determinar el tamaño máximo permitido para la formación de antenas en las direcciones  $x$  e  $y$ . Las coordenadas de antena son números integrales de las distancias unitarias de separación en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente. La elección de las distancias unitarias determina la frecuencia y el rango de ángulo inequívoco en elevaciones horizontales y verticales.

El siguiente paso es determinar el número de antenas que se usan y el número de pares de antenas que se van a usar para medir las diferencias de fase. No se requiere tener una antena de referencia común. Se construye un conjunto de posibles espaciados de meta coordenadas  $x$  de antena  $\{K_x\}$ . El término "espaciado" quiere decir la distancia entre pares de antenas seleccionados para realizar una medición. Estas no son las coordenadas  $x$  de antena físicas, sino solo una etapa en la determinación. Los espaciados tienen un factor común más alto (HCF) de 1. De manera similar, se construye un conjunto de todos los posibles espaciados de coordenadas  $y$   $\{K_y\}$  para la dimensión  $y$ . Todos los valores para  $x$  e  $y$  se excluyen si caen fuera del tamaño máximo de la formación.

5 Iterando sobre todas las posibles posiciones de antena  $x$ , e  $y$ , físicas se produce un conjunto de matrices de espaciado físico  $\{K = [K_x, K_y]\}$ . Del conjunto de posibles matrices  $K$  y del conjunto de posibles espaciados de meta coordenadas  $x \{K'_x\}$ , se eligen combinaciones que tienen una matriz de mapeo  $Q_x$  que satisface la condición  $Q_x K_x = K'_x$  y  $Q_x K_y = 0$ . Se registra un conjunto candidato según las geometrías candidatas  $(K, Q_x)$ . El conjunto candidato se edita para quitar las geometrías candidatas de imagen especular.

10 Se construye un conjunto de posibles espaciados de meta coordenadas y de antena  $\{K'_y\}$ . Como antes, estos tienen  $HCF = 1$ . De las geometrías candidatas  $(K, Q_x)$  y del conjunto de espaciados de meta coordenadas y  $\{K'_y\}$ , se eligen combinaciones que tienen una matriz de mapeo  $Q_y$  que satisface la condición  $Q_y K_y = K'_y$  y  $Q_y K_x = 0$ . Las geometrías candidatas  $(K, Q_x, Q_y)$  se registran en el conjunto candidato.

15 Para cada geometría  $(K, Q_x, Q_y)$  en el conjunto candidato, se encuentran dos matrices  $P_x$  y  $P_y$  que satisfacen  $P_x K'_x = \xi$  y  $P_y K'_y = \xi$  donde  $\xi$  es un vector de columna de todos 1. Todas las entradas sin una solución se rechazan y las geometrías candidatas  $(K, Q_x, Q_y, P_x, P_y)$  se registran en el conjunto candidato.

Para cada configuración de antena candidata, se calcula la precisión de medición estadística y se seleccionan las mejores configuraciones de antena candidata para construir la placa base del diseño de antena.

20 Hay que tener en cuenta que la diferencia entre un diseño determinista y no determinista gira en torno al cálculo de las matrices  $(K, Q_x, Q_y, P_x, P_y)$  con la condición de que  $P_x Q_x \xi = 0$  y  $P_y Q_y \xi = 0$  donde  $0$  es un vector de columna de ceros. El tamaño de  $Q_x, Q_y, P_x$  y  $P_y$  se reduce por un vector de columna para dar cabida a esto.

25 Con el fin de construir  $N$  interferómetros virtuales, donde  $N \leq M$ , se produce una matriz de  $M \times N$   $P$  de forma que  $P^T k = \xi$

$$\xi = \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

donde de longitud  $N$  y  $k$  es la matriz de los valores de  $k_1, \dots, k_m$ . Si los vectores  $p_1, \dots, p_N$  son las columnas de  $P$ , entonces para  $m = 1, \dots, N$ ,  $p_m^T k = 1$ .

30 Por ejemplo, cuando  $N = 3$ ,

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$p_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \dots \\ \chi_M \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \dots \\ \varepsilon_M \end{pmatrix} \quad \alpha = \frac{2\pi \text{sen}\theta}{\lambda}$$

Ahora si  $\chi = (\alpha d_0)k + \varepsilon$  donde

5 Si la diferencia de fase,  $\zeta_m$ , asociada con el interferómetro virtual de orden m se define como  $\zeta_m = \mathbf{p}_m^T \boldsymbol{\chi}$  y

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \dots \\ \zeta_N \end{pmatrix}, \text{ entonces } \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{P}^T \boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\beta} \xi + \mathbf{P}^T \boldsymbol{\varepsilon} \text{ donde } \boldsymbol{\beta} = \alpha d_0.$$

Por ejemplo,

$$\begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\chi_3 - \chi_1 \\ \chi_1 - 2\chi_2 \\ 2\chi_2 - \chi_3 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \\ \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 \\ 2\varepsilon_2 - \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

10

Dadas las mediciones  $\zeta_1, \dots, \zeta_N$ , es necesario estimar  $\beta$ . Es posible usar el Estimador por Máxima Verosimilitud (MLE), que es el valor de  $\beta$  que maximiza la función de densidad conjunta dadas las mediciones, es decir, dado

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \dots \\ \zeta_N \end{pmatrix}, \text{ maximiza } \frac{1}{((2\pi)^n |C|)^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T C^{-1} \boldsymbol{\delta}\right)$$

con respecto a  $\beta$  donde  $C = \mathbf{P}^T \mathbf{R} \mathbf{P}$  y

15  $\boldsymbol{\delta} \sim N(0, C)$ . Esto se obtiene minimizando  $H = \boldsymbol{\delta}^T C^{-1} \boldsymbol{\delta}$ .

Si la estimación es  $\hat{\beta}$ , entonces ya que C es simétrico

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial H}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\hat{\beta}} \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta} \left( (\zeta - \beta \xi)^T C^{-1} (\zeta - \beta \xi) \right) \Big|_{\beta=\hat{\beta}} \\
&= \xi^T C^{-1} (\zeta - \hat{\beta} \xi) - (\zeta - \hat{\beta} \xi)^T C^{-1} \xi \\
&= -2 \xi^T C^{-1} (\zeta - \hat{\beta} \xi)
\end{aligned}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\xi^T C^{-1} \zeta}{\xi^T C^{-1} \xi}$$

5 De ahí  $E(\zeta) = E(\beta \xi + P^T \varepsilon) = \beta \xi$  y se deduce que  $E(\hat{\beta}) = \beta$  y el estimador es insesgado.

La varianza de estimador es:

$$\begin{aligned}
E(\beta - \hat{\beta})^2 &= E \left( \beta - \frac{\xi^T C^{-1} \zeta}{\xi^T C^{-1} \xi} \right)^2 \\
&= E \left( \beta - \frac{\xi^T C^{-1} (\beta \xi + \delta)}{\xi^T C^{-1} \xi} \right)^2 \\
&= E \left( \frac{\xi^T C^{-1} \delta}{\xi^T C^{-1} \xi} \right)^2 \\
&= E \left( \frac{\xi^T C^{-1} \delta \delta^T (C^{-1})^T \xi}{(\xi^T C^{-1} \xi)^2} \right) \\
&= \frac{\xi^T C^{-1} E(\delta \delta^T) (C^{-1})^T \xi}{(\xi^T C^{-1} \xi)^2} \\
&= \frac{\xi^T C^{-1} C (C^{-1})^T \xi}{(\xi^T C^{-1} \xi)^2} \\
&= \frac{1}{\xi^T C^{-1} \xi}
\end{aligned}$$

ya que  $E(\delta\delta^T) = C$  por definición y  $C$  es simétrico.

En el ejemplo anterior, si los errores  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  y  $\varepsilon_3$  son independientes, entonces  $R = \sigma^2 I$  y

$$\begin{aligned} C &= P^T R P \\ &= \sigma^2 P^T P \\ &= \sigma^2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \sigma^2 \begin{pmatrix} 5 & -1 & -2 \\ -1 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{4\sigma^2} \begin{pmatrix} 9 & 13 & 14 \\ 13 & 21 & 22 \\ 14 & 22 & 24 \end{pmatrix}$$

$$\xi^T C^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} (9 \quad 14 \quad 15)$$

$$\xi^T C^{-1} \xi = 38 \frac{1}{\sigma^2}$$

5

$$\hat{\beta} = \frac{9\zeta_1 + 14\zeta_2 + 15\zeta_3}{38} \quad E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{\xi^T C^{-1} \xi} = \frac{\sigma^2}{38}$$

10 Por lo tanto, y la varianza . Hay que tener en cuenta que los valores  $x_1, \dots, x_M$  y  $\zeta_1, \dots, \zeta_N$  solo son conocidos módulo  $2\pi$ , pero ya que  $\zeta_i$  representa una diferencia de fase de un interferómetro virtual de distancia unitaria,  $d_0$ , entonces el valor  $\zeta_i$  que se toma para estar en el intervalo  $[-\pi, \pi)$ , es la fase correcta.

15 Si se conoce el número correcto de los  $2\pi$  para añadir a la  $\tilde{x}_j$  para hacer la  $x_j$ , entonces no sería necesario construir las  $\zeta_j$ . El único objetivo de las  $\zeta_j$  es superar el problema de los  $2\pi$  "perdidos". Si se conoce el número correcto de los  $2\pi$  para añadir a  $\tilde{x}_j$  para hacer la  $x_j$ , entonces  $\zeta = P^T x$  and  $\xi = P^T k$ .

De ahí



$$\hat{\beta} = \frac{\xi^T C^{-1} \zeta}{\xi^T C^{-1} \xi}$$

$$= \frac{\mathbf{k}^T P (P^T R P)^{-1} P^T \boldsymbol{\chi}}{\mathbf{k}^T P (P^T R P)^{-1} P^T \mathbf{k}}$$

y la varianza

$$E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{\xi^T C^{-1} \xi}$$

$$= \frac{1}{\mathbf{k}^T P (P^T R P)^{-1} P^T \mathbf{k}}$$

5

En el caso donde  $M = N$  y  $P$  es una matriz cuadrada, entonces

$$\hat{\beta} = \frac{\mathbf{k}^T R^{-1} \boldsymbol{\chi}}{\mathbf{k}^T R^{-1} \mathbf{k}}$$

$$E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{\mathbf{k}^T R^{-1} \mathbf{k}}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\mathbf{k}^T \boldsymbol{\chi}}{\|\mathbf{k}\|^2}$$

10 Además, si las mediciones son independientes de modo que  $R = \sigma^2 I$  entonces

$$E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{\sigma^2}{\|\mathbf{k}\|^2}$$

$$\hat{\beta} = \frac{5\chi_1 + 2\chi_2 + 3\chi_3}{38} \quad E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{\sigma^2}{38}$$

Por ejemplo,

y

15 Si se tiene que considerar la anulación del error determinista, entonces se forzará  $P$  a no ser una matriz cuadrada.

$\hat{\beta}$  es siempre un estimador insesgado, sin importar como se eligen  $\mathbf{k}$  y  $P$ . Así que el problema es encontrar  $\mathbf{k}$  y  $P$

$$E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{\mathbf{k}^T P (P^T R P)^{-1} P^T \mathbf{k}} = \frac{1}{\xi^T C^{-1} \xi}$$

que minimiza

20 Puede parecer, por la expresión en el lado derecho que  $E(\hat{\beta} - \beta)^2$  no depende de  $\mathbf{k}$ , ya que  $\xi = (1, 1, \dots, 1)^T$  y  $C = P^T R P$ , pero elecciones diferentes de  $\mathbf{k}$  permiten elecciones diferentes de  $P$ , así que  $E(\hat{\beta} - \beta)^2$  se debe minimizar sobre todas las  $\mathbf{k}$  y  $P$  posibles.

K se elige de forma que  $hcf(k_1, \dots, k_m) = C$  donde C es el entero positivo más grande para dividir  $k_i$  para cada  $i = 1, \dots, M$ . Al formar una columna de P, se debe encontrar un vector  $p = (p_1, \dots, p_m)^T$  de forma que  $k^T p = 1$ , es decir, para M vectores linealmente independientes  $p_1, \dots, p_m$ ,  $p_1^T k = p_2^T k = \dots = p_m^T k = 1$ . Sin embargo, se puede mostrar que esto solo es válido si y solo si  $hcf(k_1, \dots, k_m) = 1$ .

5 Como las posibles elecciones de k y P se buscan para minimizar la varianza,  $E(\hat{\beta} - \beta)^2$ , solo es necesario buscar a través de  $k = (k_1, \dots, k_M)^T$  con  $hcf(k_1, \dots, k_M) = 1$ .

10 En el caso donde  $\Delta$ , el error determinista es cero, es posible encontrar M vectores linealmente independientes  $p_1, \dots, p_M$  tales que  $p_m^T k = 1$  para todo M. Esto quiere decir que P puede constituirse en una matriz cuadrada de  $M \times M$ , de ahí

$$E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{k^T R^{-1} k}$$

15 Si  $\Delta \neq 0$ , siempre es posible encontrar M - 1 vectores linealmente independientes y nunca ninguno más, de forma que  $p_m^T k = 1$  y  $p_m^T \xi = 0$  para todos los m. La condición extra  $p_m^T \xi = 0$  ha reducido el número de vectores linealmente independientes que pueden ser encontrados por uno. Ahora P es una matriz de  $M \times (M - 1)$  y

$$E(\hat{\beta} - \beta)^2 = \frac{1}{\xi^T C^{-1} \xi}$$

25 donde  $C = P^T R P$ . Si las antenas se van a fijar en un espacio relativamente pequeño, por ejemplo, ocupando no más de 50 a 100 cm, la búsqueda se puede limitar a aquellas k con entradas menores de 100.

30 Mientras que la formación de antenas 32 de la Figura 3 se ha descrito como que es unidimensional, es decir, una pluralidad de antenas espaciadas a diferentes distancias a lo largo de la misma línea recta, la formación de antenas 32 también puede comprender una pluralidad de antenas espaciadas a diferentes distancias en el mismo plano.

35 Antes de describir una realización específica de tal disposición bidimensional o plana, se discutirá la ley de Bragg en dos dimensiones con referencia a la Figura 7.

40 En la Figura 7, se muestra una onda plana incidente en un par de antenas que están en el plano x-y que están separadas por un vector de distancia  $d = d_x i + d_y j$ . Las distancias de componentes x e y son integrales del mismo espaciado unitario  $d_0$ . La onda plana llega en una dirección descrita por el vector unitario  $\hat{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$  en tres dimensiones. La diferencia de fase, en dos dimensiones, experimentada entre las dos antenas es,

$$\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{d}^T \hat{v} = \frac{2\pi}{\lambda} d_x v_x + \frac{2\pi}{\lambda} d_y v_y$$

y  $\phi_x = \frac{2\pi d_0 v_x}{\lambda}$  es la diferencia de fase teórica que se mediría entre dos antenas separadas por el vector de distancia  $d_0 i$  y  $\phi_y = \frac{2\pi d_0 v_y}{\lambda}$  es la diferencia de fase teórica que corresponde al vector de distancia  $d_0 j$ .

45

Si dos antenas están separadas por el vector de distancia  $\mathbf{d}$ , entonces,  $\chi$ , la diferencia de fase medida entre las dos

$$\chi = \frac{2\pi \mathbf{d}^T \mathbf{v}}{\lambda} + \varepsilon$$

antenas, satisface donde  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ .

5 La Figura 8 ilustra una disposición bidimensional en la que cuatro antenas A, B, C, D están colocadas en un plano en lugar de una línea recta con separaciones en las direcciones  $i$  y  $j$  que son múltiplos enteros de  $d_0$  como se muestra. En el ejemplo ilustrado, el par de antenas A-B están separadas por  $m_1 d_0$  en una dirección y por  $m_2 d_0$  en la otra dirección. Similarmente, el par de antenas B-C están separadas por  $m_3 d_0$  y  $m_4 d_0$  y el par de antenas C-D por  $m_5 d_0$  y  $m_6 d_0$ .

10 Con el fin de describir cómo funciona tal formación de antenas bidimensional, se muestra un ejemplo simplificado en la Figura 9. De nuevo, se muestran cuatro antenas A, B, C, D en un plano con A y C que se alinean en una dirección y B y D en otra dirección comparado con la dirección de alineación de A y C. Aquí, la separación integral es la misma en las direcciones  $x$  e  $y$ . Puede ser difícil obtener diferentes rangos de ángulo y frecuencia en las direcciones  $x$  e  $y$ . Si la separación en la dirección  $x$  e  $y$  es respectivamente  $k_{j1}$ ,  $k_{j2}$  entre las antenas del par de orden  $j$ , entonces  
 15 la matriz,  $K$ , que define estas separaciones se pueden expresar como:

$$K = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \\ k_{41} & k_{42} \end{pmatrix}$$

20 Usando los pares de antena A-B, C-D, A-D y B-C,  $K$  se puede completar por el ejemplo en la Figura 9 de la siguiente forma:

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \\ 9 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

25 Si  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$  son las diferencias de fase medidas entre estos pares de antenas, entonces la matriz de estas diferencias de fase se puede expresar como  $\chi = (\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4)^T$  y la matriz del error de medición de fase como  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4)^T$ . Entonces se deduce que

$$\chi = K \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} + \varepsilon$$

30 que se convierte en

$$\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \\ \chi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\phi_x + \phi_y + \varepsilon_1 \\ 4\phi_x + \phi_y + \varepsilon_2 \\ 9\phi_x + \phi_y + \varepsilon_3 \\ 3\phi_x - \phi_y + \varepsilon_4 \end{pmatrix}$$

5 para el ejemplo particular en la Figura 9.

Para determinar  $\Phi_x$  and  $\Phi_y$ , dos matrices de  $N \times 4$ , se necesita determinar  $Q_x$  y  $Q_y$  de modo que las filas de  $Q_x$  y  $Q_y$  sean independientes linealmente de forma que

10  $[Q_x K]_{i2} = 0$  para todo  $i = 1, \dots, N$   
 $[Q_y K]_{i1} = 0$  para todo  $i = 1, \dots, N$

La razón para el requisito de las filas independientes linealmente es de modo que no se formen matrices de covarianza singulares. En este caso,

15

$$Q_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad Q_y = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

De ahí

$$Q_x K = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 7 & 0 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q_y K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

20

Con el fin de usar el mismo método que para una formación lineal, el coef de las entradas de columna x e y (es decir, distinta de cero) debe ser 1. Aplicar  $Q_x$  y  $Q_y$  a las diferencias de fase,  $\chi$ , que se han medido da:

25

$$Q_x \chi = Q_x K \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} + Q_x \varepsilon$$

$$Q_y \chi = Q_y K \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} + Q_y \varepsilon$$

Por ejemplo,

$$\begin{pmatrix} \chi_1 + \chi_4 \\ \chi_2 + \chi_4 \\ \chi_3 + \chi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\phi_x + \varepsilon_1 + \varepsilon_4 \\ 7\phi_x + \varepsilon_2 + \varepsilon_4 \\ 12\phi_x + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 2\chi_1 - \chi_2 \\ \chi_3 - 3\chi_4 \\ 3\chi_2 - 4\chi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_y + 2\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \\ 4\phi_y + \varepsilon_3 - 3\varepsilon_4 \\ 7\phi_y + 3\varepsilon_2 - 4\varepsilon_4 \end{pmatrix}$$

5 Entonces es necesario encontrar unas  $P_x, P_y$ , que son matrices invertibles de  $N \times N$  con entradas enteras de forma

$$P_x Q_x K_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} \quad P_y Q_y K_y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

que de longitud  $N$  y columnas de  $K$ , es decir  $K = (K_x, K_y)$ .

de longitud  $N$ , donde  $K_x$  y  $K_y$  son las

10 Si  $\zeta_x = P_x Q_x \chi$ ,  $\zeta_y = P_y Q_y \chi$ ,  $A_x = P_x Q_x$  and  $A_y = P_y Q_y$  entonces

$$P_x Q_x \chi = P_x Q_x K \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} + P_x Q_x \varepsilon$$

$$\xi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

es decir  $\zeta_x = \Phi_x \xi + A_x \varepsilon$  donde

de longitud  $N$  y  $\zeta_y = \Phi_y \xi + A_y \varepsilon$ .

15

Por ejemplo

$$P_x = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 5 & 0 & -2 \\ -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad P_y = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \\ -6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_x = P_x Q_x = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & -2 & 3 \\ -6 & 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A_y = P_y Q_y = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 & -2 \\ 10 & -5 & -1 & 3 \\ -12 & -3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \zeta_{x_1} \\ \zeta_{x_2} \\ \zeta_{x_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\chi_1 - 2\chi_2 + \chi_4 \\ 5\chi_1 - 2\chi_3 + 3\chi_4 \\ -6\chi_1 + \chi_2 + 2\chi_3 - 3\chi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_x + 3\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_4 \\ \phi_x + 5\varepsilon_1 - 2\varepsilon_3 + 3\varepsilon_4 \\ \phi_x - 6\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 - 3\varepsilon_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \zeta_{y_1} \\ \zeta_{y_2} \\ \zeta_{y_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\chi_2 + 2\chi_3 - 2\chi_4 \\ 10\chi_1 - 5\chi_2 - \chi_3 + 3\chi_4 \\ -12\chi_1 - 3\chi_2 - 4\chi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_y - 3\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 - 2\varepsilon_4 \\ \phi_y + 10\varepsilon_1 - 5\varepsilon_2 - \varepsilon_3 + 3\varepsilon_4 \\ \phi_y - 12\varepsilon_1 - 3\varepsilon_2 - 4\varepsilon_4 \end{pmatrix}$$

5 Al igual que en el caso unidimensional, es posible comenzar con mediciones  $\tilde{x}_i$ , que son un múltiplo de  $2\pi$  de su verdadero valor  $x_i$ . Sin embargo, al crear múltiplos lineales  $\zeta_{x_1}, \zeta_{x_2}, \zeta_{x_3}$  que están estimando el valor  $\Phi_x$ , que está en el rango  $[-\pi, \pi)$ , es posible superar este problema registrando  $\zeta_{x_1}, \zeta_{x_2}, \zeta_{x_3}$ , módulo  $2\pi$ .

10 Ahora es posible usar las técnicas del caso unidimensional para proporcionar estimaciones  $\hat{\Phi}_x, \hat{\Phi}_y$  para  $\Phi_x$  y  $\Phi_y$ .

$$\text{Comparar las ecuaciones de 1-D } \zeta = \beta\xi + P^T\varepsilon$$

$$\text{con las ecuaciones de 2-D } \zeta_x = \Phi_x\xi + A_x\varepsilon$$

$$15 \quad \zeta_y = \Phi_y\xi + A_y\varepsilon$$

De aquí los estimadores para el caso de 2-D son:

$$\hat{\phi}_x = \frac{\xi^T C_x^{-1} \zeta_x}{\xi^T C_x^{-1} \xi},$$

$$\hat{\phi}_y = \frac{\xi^T C_y^{-1} \zeta_y}{\xi^T C_y^{-1} \xi}$$

donde  $C_x = A_x R A_x^T$ ,  $C_y = A_y R A_y^T$  y  $R$  es la matriz de covarianza de las  $\epsilon$ .

5 Estos estimadores tienen las varianzas  $\frac{1}{\xi^T C_x^{-1} \xi}$  y  $\frac{1}{\xi^T C_y^{-1} \xi}$  respectivamente.

$$\phi_x = \frac{2\pi d_0 v_x}{\lambda}$$

Al estimar  $\Phi_x$  y  $\Phi_y$ , las estimaciones también se obtienen para  $v_x$  y  $v_y$ , ya que

$$\phi_y = \frac{2\pi d_0 v_y}{\lambda}$$

Así que las estimaciones anteriores proporcionan una estimación para

$$\hat{v} = \left( v_x, v_y, \sqrt{1 - v_x^2 - v_y^2} \right)^T$$

10 Si el método se repite varias veces para obtener diferentes estimaciones para  $\hat{v}$ , la técnica desarrolla una posición la más probable para un transmisor de la onda plana de radiación electromagnética. La técnica implica minimizar los cuadrados de los errores al estimar  $v_x$  y  $v_y$ .

Hay que darse cuenta que los errores para  $\Phi_x$  y  $\Phi_y$  no son independientes y que tienen un grado de covarianza. Esta covarianza se puede calcular y permitir pero esto no se describe en detalle aquí.

15 Mientras que la presente invención se ha descrito con referencia a una formación de antenas unidimensional y bidimensional, se apreciará que la invención también se puede extender a formaciones tridimensionales. Las antenas se pueden disponer en una formación no plana siempre que la calibración de cada antena sea paralela. Aquí, con el fin de determinar  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$  y  $\Phi_z$ , se necesita determinar tres matrices  $Q_x$ ,  $Q_y$  y  $Q_z$  de modo que la formación tridimensional se pueda resolver en tres formaciones lineales ortogonales que tienen vectores de espaciado  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$ . Los valores enteros respectivos de los vectores  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$  tienen el factor común más alto de 1.

25 En el caso tridimensional, es posible medir tanto el ángulo de llegada como la frecuencia de la radiación incidente simultáneamente.

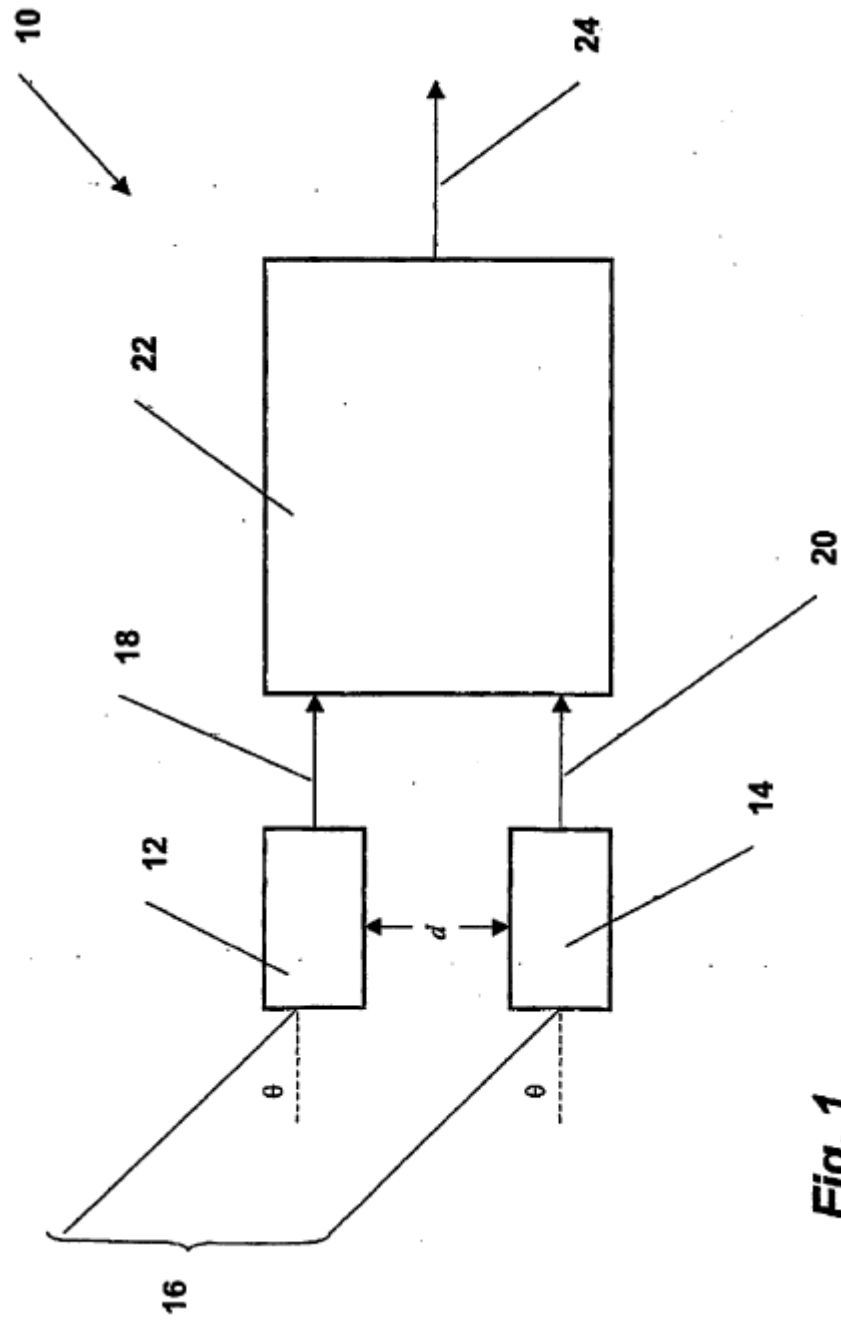
También se apreciará que, mientras que la invención se ha descrito con referencia a formaciones de antenas que tienen tres y cuatro antenas, la invención no se limita a tales números y se puede usar cualquier número adecuado de antenas en la formación de antenas siempre que se cumplan los requisitos de espaciado discutidos anteriormente.

30

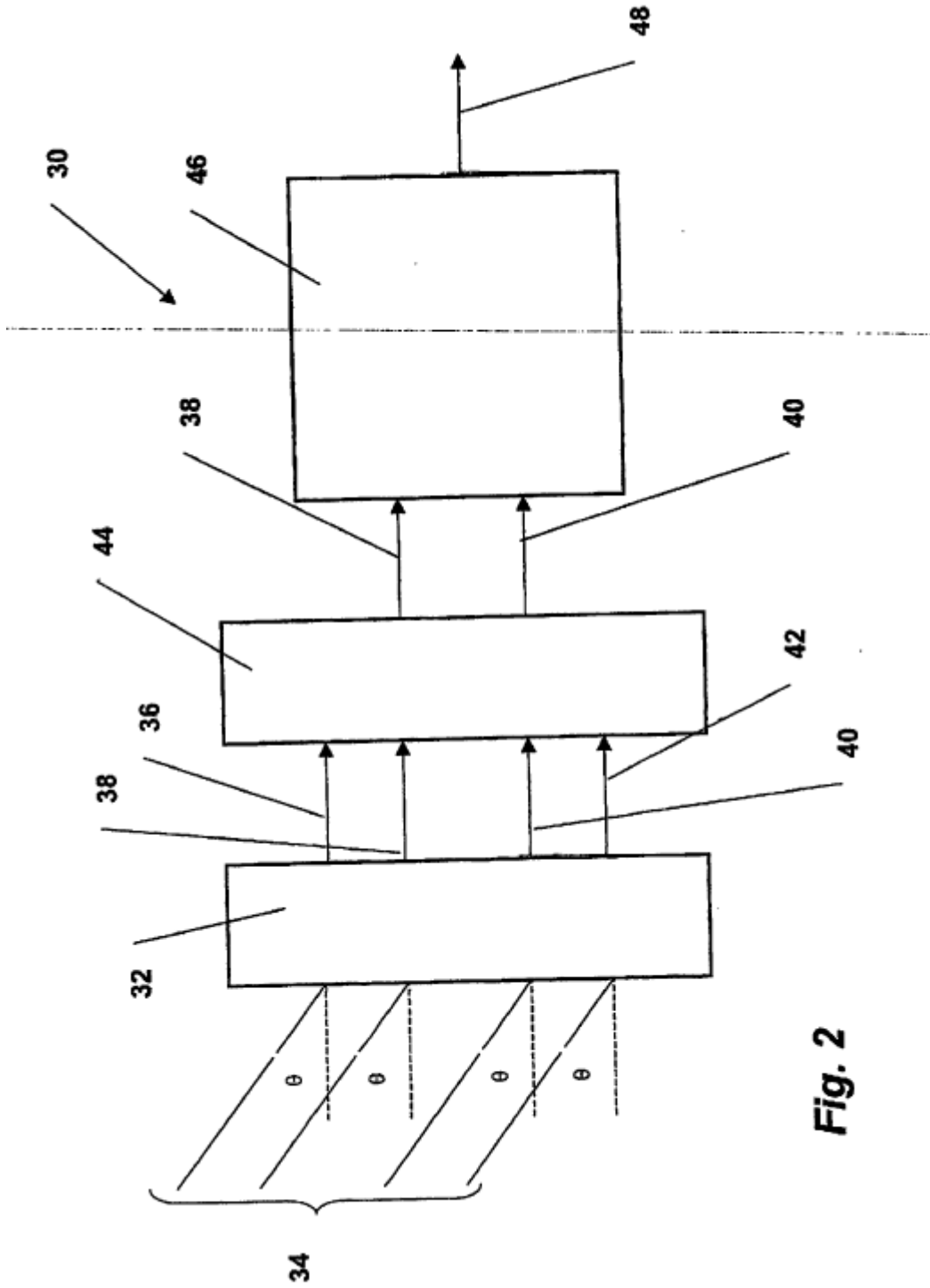
**REIVINDICACIONES**

1. Un método para determinar las posiciones relativas de al menos tres antenas de una formación de antenas utilizada en una disposición de interferómetro, la formación de antenas dispuesta para recibir una onda plana de radiación electromagnética desde un transmisor ubicado en un ángulo desconocido; cada una de las antenas que están espaciadas unas de las otras en una dimensión x y una dimensión y, las dimensiones x e y que son ortogonales; el método que comprende los pasos de:
- 5 a) determinar un tamaño máximo permitido para la formación de antenas en la dimensión x y la dimensión y;
  - 10 b) determinar el número de antenas y el número de pares de antenas que se usan para recibir la onda plana de radiación electromagnética y hacer las mediciones de diferencia de fase;
  - c) seleccionar un espaciado unitario para cada una de las dimensiones x e y determinadas por la frecuencia de la radiación electromagnética que se recibe y el rango de ángulo inequívoco deseado en cada una de las dimensiones x e y;
  - 15 d) producir un conjunto de matrices de espaciado físico {K} donde  $K = [K_x \ K_y]$  y  $K_x$  y  $K_y$  son los espaciados de coordenadas x e y respectivos; los valores enteros de  $K_x$  y  $K_y$  que representan múltiplos del espaciado unitario para las dimensiones x e y respectivas; y donde producir el conjunto de matrices de espaciado físico incluye iterar sobre todas las coordenadas x e y físicas posibles;
  - 20 e) determinar los conjuntos  $\{K'_x\}$  y  $\{K'_y\}$  de espaciados de meta coordenadas x y espaciados de meta coordenadas y respectivamente, de forma que:
    - el factor común más alto de los espaciados de cada  $K'_x$  es 1;
    - el factor común más alto de los espaciados de cada  $K'_y$  es 1;
  - 25 f) derivar un conjunto de geometrías candidatas ( $K, Q_x, Q_y$ ) encontrando combinaciones de  $K, K'_x$  y  $K'_y$  que tienen matrices de mapeo enteras respectivas  $O_x, Q_y$  de forma que las matrices de mapeo enteras respectivas  $O_x$  y  $O_y$  aplicadas a los espaciados físicos  $K_x$  y  $K_y$  satisfacen  $Q_x K_x = K'_x$  y  $Q_x K_y = 0$ , y  $Q_y K_y = K'_y$  y  $Q_y K_x = 0$ ;
  - 30 g) para cada geometría candidata, analizar los candidatos del conjunto candidato para identificar una disposición física preferida de la pluralidad de antenas en la formación de antenas, que comprende:
    - (i) encontrar matrices  $P_x$  y  $P_y$  de forma que  $P_x K'_x = \xi$  y  $P_y K'_y = \xi$ , donde  $\xi$  es un vector de columna de todo unos
    - (ii) rechazar candidatos del conjunto sin solución; y
    - 35 (iii) registrar las geometrías candidatas ( $K, Q_x, Q_y, P_x, P_y$ ) en el conjunto candidato;
    - (iv) para cada geometría de antena candidata, se calcula la precisión de la medición estadística y
    - (v) seleccionar las mejores geometrías de antena candidatas para construir una placa base de la formación de antenas.





**Fig. 1**



**Fig. 2**

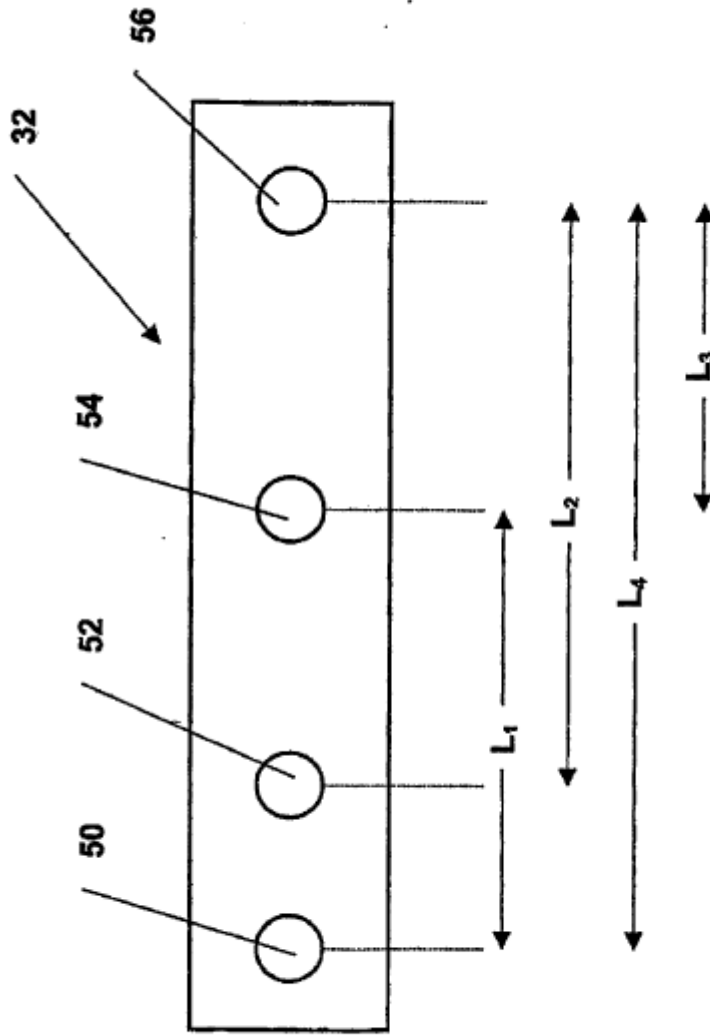
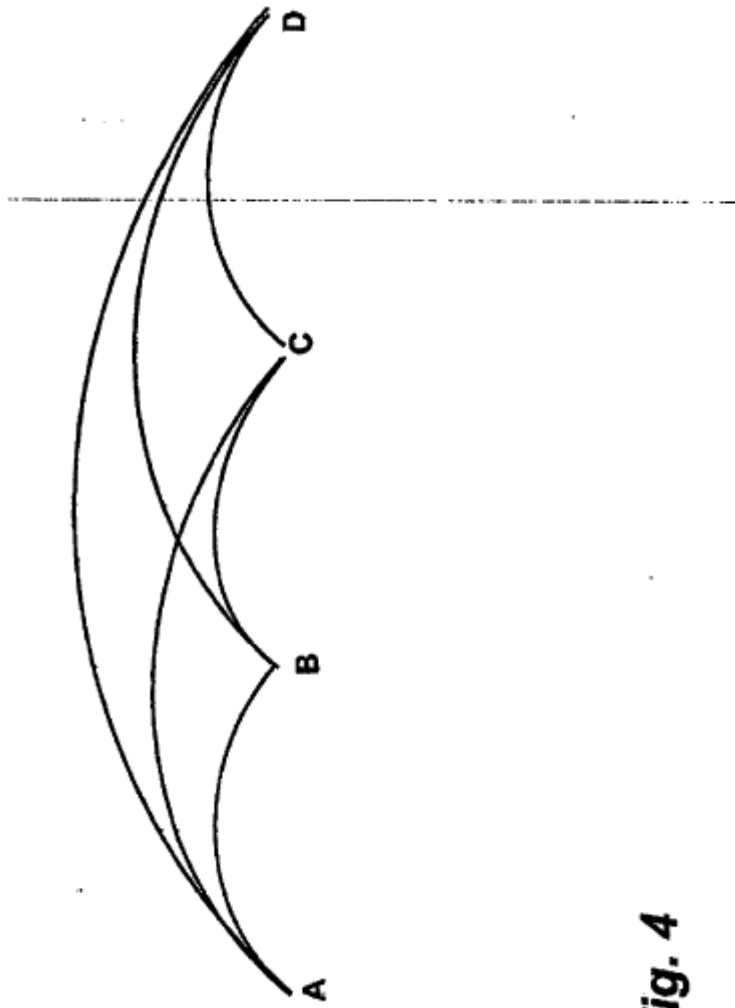
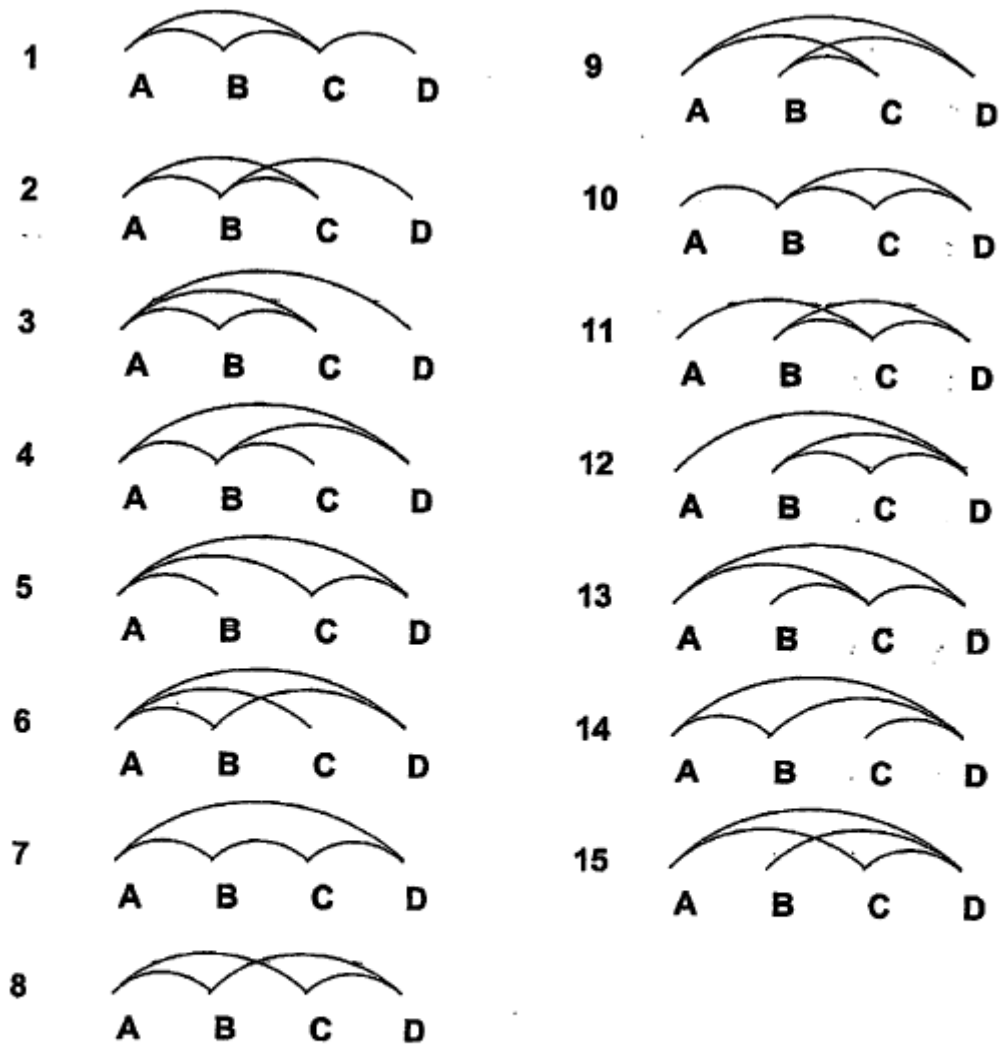


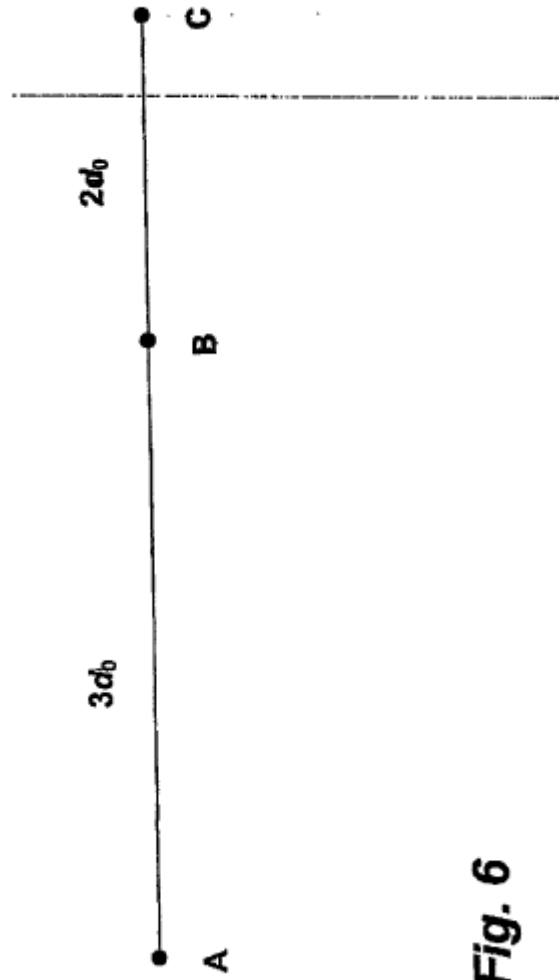
Fig. 3



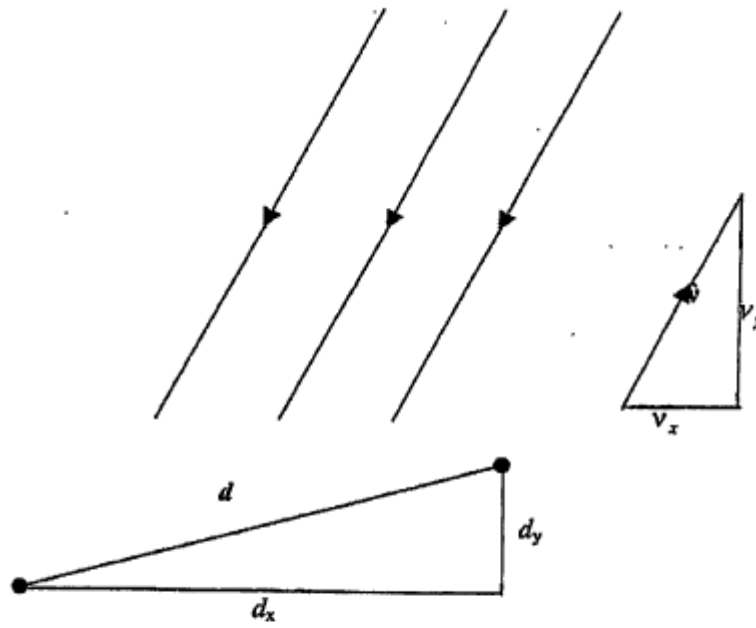
**Fig. 4**



**Fig. 5**



**Fig. 6**



**Fig. 7**

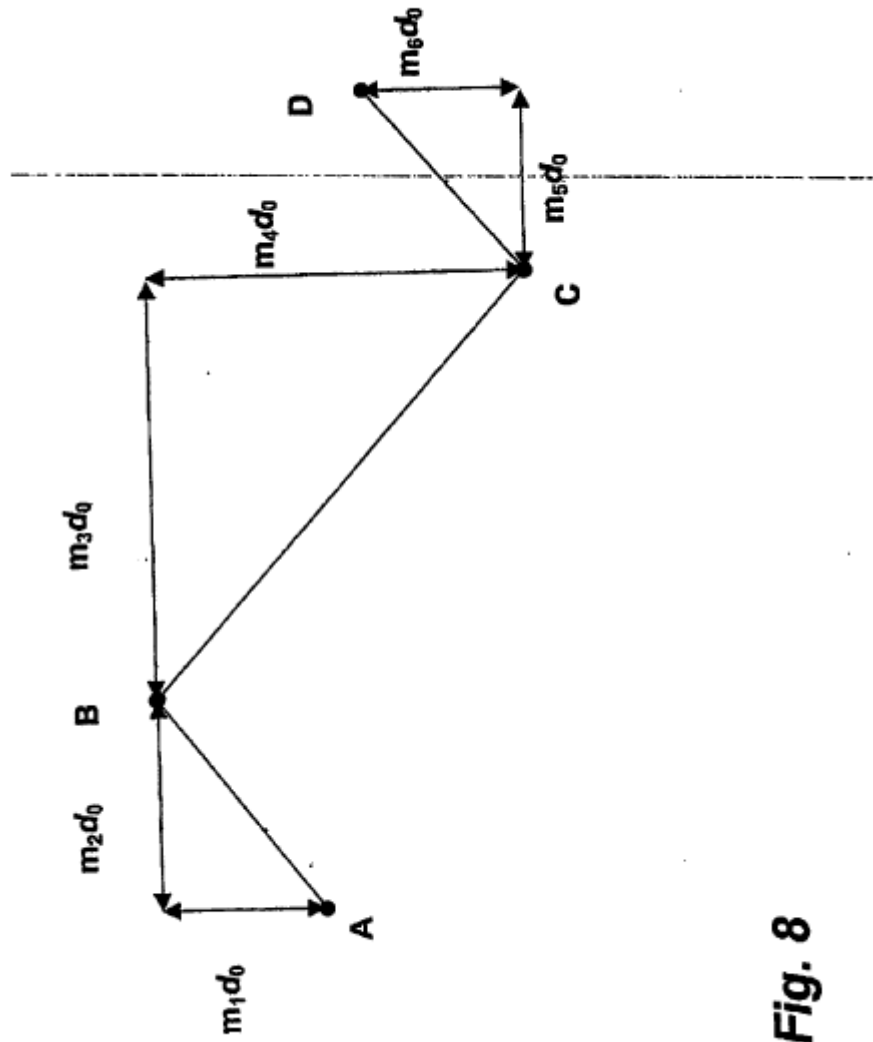


Fig. 8



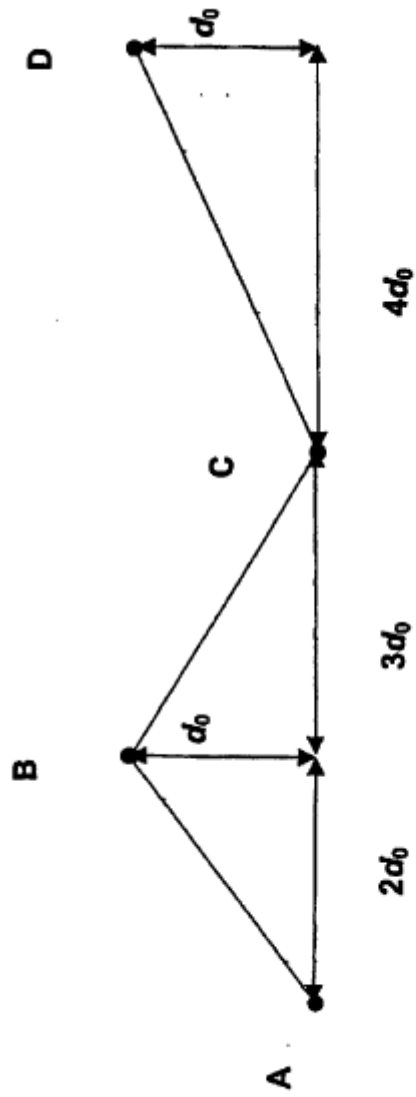


Fig. 9