

440563

2



P.- 60968

IBM Docket  
FR 9-73-011

Int. Cl.:	H04L, H04B
-----------	------------

MEMORIA DESCRIPTIVA

para solicitar PATENTE DE INVENCION por VEINTE años

a nombre de INTERNATIONAL BUSINESS MACHINES CORPO-  
RATION y THOMAS E. STERN

1) entidad norteamericana y 2) de nacionalidad fran-  
cesa, respectivamente,

1) establecida en Armonk, N.Y., Estados Unidos de  
América y 2) residente en Biot, Francia, respectiva  
mente.

por: "FILTRO DE FASE PERFECCIONADO"



El presente invento concierne a los sistemas de transmisión de datos numéricos, y más particularmente a un filtro de fase para reducir los efectos de las componentes de ruido que afectan a las señales transmitidas en un sistema en donde la fase de las señales transmitidas está modulada en instantes discretos por valores discretos.

La modulación de fase es una técnica comúnmente utilizada en los sistemas de transmisión de datos, y se encuentra una descripción detallada de la misma, por ejemplo, en los libros "Data Transmission" de W. R. Bennett y J. R. Davey, capítulo 10, de Ediciones Mc.Graw-Hill, Nueva York 1.965 y "Principles of Data Communications" de R. W. Lucky, J. Salz y E. J. Weldon, Jr., capítulo 9, de Ediciones Mc. Graw-Hill, Nueva York, 1.968. En los sistemas de transmisión de datos numéricos que utilizan la modulación de fase, los datos numéricos a transmitir son utilizados para modular la fase de una frecuencia portadora en instantes característicos, o instantes de toma de muestras. El método directo de modulación, denominado de modulación de fase coherente, consiste en hacer corresponder a un grupo de datos, o carácter, un valor absoluto de fase previamente determinado. Por ejemplo, en un sistema de ocho fases, es decir un sistema en el cual la fase de la señal transmitida puede adop



tar ocho valores discretos distintos, puede hacerse  
corresponder a los ocho caracteres 000, 001, 011, 010,  
110, 111, 101 y 100, los ocho valores absolutos de fa  
se  $\pi/8, 3\pi/8, \dots, 15\pi/8$ , respectivamente, tal co  
5 mo se ilustra en el diagrama de la figura 1a. El méto  
do de modulación más utilizado en la práctica, deno  
minado modulación de fase diferencial, consiste en ha  
cer corresponder a un carácter un cambio de fase en lu  
gar de un valor absoluto de fase. Siempre en un siste  
10 ma de ocho fases, se puede hacer corresponder a los  
ocho caracteres 000, 001, 011, ....., 100 las variacio  
nes de fase  $\Delta\phi = \pi/8, 3\pi/8, \dots, 15\pi/8$ . Este ti  
po de modulación puede ser ilustrado también por el dia  
grama de la figura 1a tomando como eje de referencia OX  
15 el valor de la fase de la señal emitida en el instante  
de la precedente toma de muestras. La frecuencia porta  
dora modulada de este modo es enviada, a través de un  
medio de transmisión, a un receptor acoplado con este  
medio. En el receptor, se detecta el valor de la fase  
20 de la señal recibida en los instantes de toma de mues  
tras, y después se deduce de ello el valor de los datos  
transmitidos. La detección de los datos a partir del  
valor de fase de la señal recibida se efectúa general  
mente comparando la fase de la señal recibida en un ins  
25 tante dado de toma de muestras con una fase de referen



5           cia disponible en el receptor o con la fase de la se-  
ñal recibida en el instante precedente de toma de mues-  
tras según que se utilice una detección coherente o di-  
ferencial, tal como se describe en los libros antes  
mencionados.

10           Hay que hacer observar que la modulación de  
fase, tal como se ha descrito arriba brevemente, no es  
el único procedimiento de transmisión de datos numéri-  
cos en el cual la fase de las señales transmitidas es  
representativa de los datos. Este es el caso por ejem-  
plo de la modulación de amplitud en cuadratura, de la  
cual se encontrará una descripción en el libro antes  
mencionado de R. W. Lucky y otros en el capítulo 7 y  
15           más particularmente en el párrafo 7.1.5. Dicho de modo  
breve, la modulación de amplitud en cuadratura consis-  
te en modular por valores discretos la amplitud de dos  
frecuencias portadoras en cuadratura que son emitidas  
simultáneamente. La tabla siguiente representa la co-  
rrespondencia entre los caracteres numéricos, la ampli-  
tud de cada una de las frecuencias portadoras en cua-  
20           dratura A y B, y la fase y la amplitud de la señal que  
resulta de la combinación de estas frecuencias portado-  
ras, en un sistema de ocho estados ilustrado por el dia-  
grama de la figura 1b.

25



5  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
10

Caracteres numéricos	Amplitud de A	Amplitud de B	Fase de la señal resultante	Amplitud de la señal resultante
000	+ 3	0	0	+ 3
001	+ 1	+ 1	$\pi/4$	$+\sqrt{2}$
011	0	+ 3	$2\pi/4$	+ 3
010	- 1	+ 1	$3\pi/4$	$+\sqrt{2}$
110	- 3	0	$4\pi/4$	+ 3
111	- 1	- 1	$5\pi/4$	$+\sqrt{2}$
101	0	- 3	$6\pi/4$	+ 3
100	+ 1	- 1	$7\pi/4$	$+\sqrt{2}$

15

De la lectura de esta tabla se deduce que, en el caso ilustrado, los datos pueden ser detectados directamente a partir del valor de la fase de la señal resultante emitida.

20

Es deseable que las señales emitidas sean recibidas sin deformación por el receptor. En la práctica, no obstante, los medios de transmisión introducen perturbaciones tales como la interferencia entre símbolos, y las componentes de ruido debidas principalmente a la deriva en frecuencia, a la separación de fase, a la fluctuación de fase, y al

25

-2 SEP 1973

ruido blanco, que afectan a las señales emitidas durante su transmisión a través del medio de transmisión.

5 La interferencia entre símbolos es producida por una interacción entre las señales sucesivas emitidas, que resulta de las distorsiones de amplitud y de fase introducidas por el medio de transmisión. Cuando la interferencia entre símbolos afecta de manera sensible a la calidad de las señales recibidas, es eliminada o reducida por un dispositivo apropiado conocido con el nombre de igualador. Dentro del marco del presente  
10 invento, se supondrá que la interferencia entre símbolos ha sido eliminada por un igualador apropiado, si hubiera sido necesario.

15 La deriva en frecuencia es una perturbación que afecta a las señales emitidas cuando éstas son transmitidas a través de un medio de transmisión en el cual experimentan un tratamiento intermedio, y especialmente cuando se utilizan líneas telefónicas como medio de  
20 transmisión. Este tratamiento intermedio comprende principalmente la transposición de las señales emitidas desde una banda de frecuencia a otra banda de frecuencia para las necesidades de la red pública. Una deriva en frecuencia  $f_s$  entraña una deriva en fase  $\phi_s = 2\pi f_s t$ , en donde  $t$  representa el tiempo, que afecta directamente a la fase de la señal recibida.  
25



La separación de fase, conocida en la bibliografía anglosajona con la designación de "phase intercept", es debida a la presencia en los extremos de la banda de frecuencias del canal de transmisión utilizado, de una diferencia entre la fase real de una frecuencia y la fase correspondiente a la característica ideal fase/frecuencia del canal. Esta separación de fase introduce una constante arbitraria en el valor de la fase recibida.

La fluctuación de fase, conocida en la bibliografía anglosajona con la designación de "phase jitter", resulta de una modulación de frecuencia parásita aleatoria de las señales durante su paso a través del medio de transmisión. Es debida con frecuencia a la variación de los manantiales de alimentación de los dispositivos utilizados para realizar el tratamiento intermedio más arriba mencionado.

El ruido blanco es debido al ruido aditivo en el medio de transmisión y a la interferencia residual entre símbolos. Se caracteriza por un espectro plano de frecuencias con contribuciones iguales para todas las frecuencias, pero en donde las diferentes frecuencias presentan fases aleatorias.

Estas componentes de ruido no tienen prácticamente ningún efecto en los sistemas de transmisión de datos numéricos con pequeña velocidad, pero impiden cual



quier detección correcta de los datos en un sistema de gran velocidad. En un sistema que utiliza la modulación de fase, el aumento de la velocidad de transmisión se obtiene generalmente aumentando el número de valores discretos distintos que puede adoptar la fase de la señal emitida, lo cual se traduce por una disminución de la separación o distancia que separa dos valores de fase adyacentes. Por ejemplo, en un sistema de cuatro fases, esta separación es de  $90^\circ$ , pero ya no es más que de  $22,5^\circ$  en un sistema de dieciséis fases. Entonces es imposible con frecuencia discriminar entre dos valores de fase posibles en presencia de las diversas perturbaciones más arriba mencionadas, y se hace imperativo prever un dispositivo para eliminar o reducir los efectos de estas componentes de ruido antes de la detección de los datos.

La solicitud de patente francesa número 72 12014 presentada el 4 de Abril de 1.972 por la solicitante, describe un método y un dispositivo para compensar los efectos de las componentes de ruido que afectan a la fase de una señal cuya fase es modulada por valores discretos. Según este método, un valor de compensación es restado del valor de la fase de señal recibida. El resultado de esta resta es multiplicado por un primer coeficiente proporcional al número de valores discretos distintos que



puede adoptar la fase de la señal emitida. La parte entera de este producto es representativa de los datos mientras que su parte fraccionaria es utilizada para proporcionar dicho valor de compensación. Este es obtenido multiplicando dicha parte fraccionaria por un segundo coeficiente, e integrando el resultado de esta última multiplicación. El gobierno del valor de este segundo coeficiente permite hacer mínimos selectivamente los efectos de las diversas componentes más arriba mencionadas. No obstante, este método presenta un inconveniente que consiste en el hecho de que la reducción del efecto de la fluctuación de fase está acompañado necesariamente por una degradación de los rendimientos en el ruido blanco. Las curvas reproducidas en la figura 3 de la solicitud de patente antes mencionada permiten apreciar la dificultad del compromiso entre la disminución de la fluctuación de fase y el aumento del ruido blanco.

Uno de los objetos del presente invento es paliar este inconveniente proporcionando un filtro de fase óptima que haga mínimos los efectos de la separación de fase, de la deriva en frecuencia, de la fluctuación de fase, y del ruido blanco, que afectan a las señales cuya fase es modulada por valores discretos distintos.

Otro objeto del presente invento es proporcionar

2 SEP 1953

nar un filtro de fase adaptable que permita hacer mínimo el efecto de la fluctuación de fase, cualquiera que sea la frecuencia de modulación parásita que cree esta fluctuación.

5                    Los objetos del presente invento se logran de una manera general por medio de un filtro de fase que comprende dos filtros de decisión que pueden ser conectados en cascada o en paralelo. El primer filtro de decisión elimina la componente de la separación de fase y  
10                    la componente de la deriva en fase introducida por la deriva en frecuencia, y el segundo filtro de decisión hace mínima la componente aleatoria representativa de la fluctuación de fase y del ruido blanco. En el primer filtro de decisión, una primera señal de error que  
15                    corresponde a un valor estimado de las componentes de la separación de fase y de la deriva en fase, es restada del valor de la fase de la señal recibida. El resultado de esta primera resta es aplicado a un detector-separador que separa del mismo los datos y la componente  
20                    del ruido residual. Esta es aplicada a un filtro lineal que genera a partir de las componentes de ruido residuales anteriores el valor estimado de las componentes de la separación de fase y de la deriva en fase. En el segundo filtro de decisión, una segunda señal de error que  
25                    corresponde a un valor estimado de la componente aleato-



ria es restado del resultado de la primera resta. El resultado de esta segunda resta es aplicado a un detector-separador que extrae de él los datos y la componente aleatoria residual. Esta es aplicada a un filtro lineal que genera a partir de las componentes aleatorias residuales anteriores el valor estimado de la componente aleatoria. En el caso en que no se conozcan las características de la fluctuación de fase, o si éstas son variables a lo largo del tiempo, el valor estimado de la componente aleatoria puede ser obtenido por un filtro predictor adaptable.

Otros objetos, características y ventajas del presente invento se reducirán mejor de la descripción que sigue, hecha con referencia a los dibujos anejos al texto presente, que representan un modo de realización preferido del mismo.

Las figuras 1a y 1b representan diagramas que ilustran respectivamente una modulación de ocho fases, y una modulación de amplitud en cuadratura de ocho estados.

La figura 2 representa esquemáticamente un filtro de fase con estructura de cascada conforme al invento.

La figura 3 representa un modelo que ayuda al análisis del funcionamiento del primer filtro de deci-



- 2 SET.

sión.

La figura 4 representa esquemáticamente un ejemplo de realización numérica del filtro lineal  $W(z)$ , 12, de la figura 2.

5 La figura 5 representa la forma del espectro  $R_x(e^{j2\pi fT})$  de la componente aleatoria  $x_n$  en el ejemplo 1 del segundo filtro de decisión 8.

La figura 6 representa esquemáticamente otra configuración posible del segundo filtro de decisión 8 de la figura 2.

10 La figura 7 representa esquemáticamente un ejemplo de realización de un filtro numérico predictor óptimo adaptable de Wiener que puede ser utilizado en el segundo filtro de decisión 8.

15 La figura 8 representa otra configuración posible del segundo filtro de decisión 8, que comprende un filtro predictor adaptable.

La figura 9a representa el filtro de fase con estructura de cascada de la figura 2, en el cual el segundo filtro de decisión 8 tiene la configuración ilustrada en la figura 6.

20 La figura 9b representa el filtro de fase con estructura paralela que corresponde al filtro de fase con estructura de cascada de la figura 9a.

25 La figura 10a representa el filtro de fase con



estructura de cascada de la figura 2 en el cual el segundo filtro de decisión 8 tiene la configuración ilustrada en la figura 8.

5 La figura 10b representa el filtro de fase con estructura paralela que corresponde al filtro de fase con estructura de cascada de la figura 10a.

La figura 11 representa esquemáticamente un ejemplo del detector-separador utilizado en el presente invento.

10 Por trabajar el filtro de fase del invento sobre sucesiones de valores discretos se utilizará como herramienta matemática la transformada en Z. Para una descripción de la teoría de la transformada en Z y de sus aplicaciones podrá hacerse referencia, por ejemplo,  
15 a los artículos "Z-Transforms and their Applications in Control Engineering" por Y. Azar en la revista: "The Radio and Electronic Engineer", Julio 1965, páginas 53-67, y "Digital Filter Design Techniques in the Frequency Domain" por C. M. Rader y B. Gold. en la revista "Proceedings of the IEEE", volumen 55, número 2, Febrero  
20 1.967, páginas 149-171, y para un estudio detallado podrá hacerse referencia, por ejemplo, al libro de E.I. Jury, "Theory and Applications of the Z-Transform Method", en las ediciones John Wiley, Nueva York, 1.967.

25 Para evitar al lector la necesidad de referir

2 SET. 1975

se a otros documentos, se resumirán aquí la teoría de la transformada en Z y los resultados que serán utilizados en esta descripción.

5 Se considerará un sistema lineal caracterizado en el dominio de los tiempos por su respuesta impulsional continua  $h(t)$ . Como respuesta a una señal de entrada continua  $s(t)$ , este filtro proporciona una señal de salida continua  $g(t)$  definida por la relación de convolución:

10

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(y) s(t-y) dy \quad (1)$$

15

En el dominio de las frecuencias, si se utiliza la transformación de Laplace, la relación (1) se expresa en la forma:

20

$$G(p) = H(p) S(p) \quad (2)$$

con  $p$ =frecuencia compleja

25

en donde  $G(p)$ ,  $H(p)$  y  $S(p)$  son las transformadas de Laplace de  $g(t)$ ,  $h(t)$  y  $s(t)$  respectivamente.



H(p) es denominada función de transferencia del sistema. La transformación de Laplace es muy utilizada en el estudio de los sistemas continuos ya que permite reemplazar la operación de integración definida en (1) por la simple operación algebraica definida en (2).

La transformación en Z desempeña el mismo papel que la transformación de Laplace para el estudio de los sistemas discretos. Por definición, la transformada en Z de la sucesión de valores discretos  $s(nT)$ , en que  $n$ =entero positivo y  $T$  = período de aparición de los valores discretos, es:

$$S(z) = \sum_{n=0}^{\infty} s(nT) z^{-n} \quad (3)$$

en donde  $z$  es una variable compleja  $z = e^{pT}$ .

La relación (2) se convierte en:

20

$$G(z) = H(z) S(z) \quad (4)$$

25 en donde  $S(z)$  y  $G(z)$  son las transformadas en Z de las



sucesiones de valores discretos  $s(nT)$  y  $g(nT)$ , y  $H(z)$  es la transformada en Z de la respuesta impulsional discreta  $H(nT)$ .

5 Así, la transformada en Z de la sucesión de salida de un filtro discreto es el producto de la transformada en Z de la sucesión de entrada y de la función  $H(z)$  característica del filtro y análoga a una función de transferencia.

10 Se encontrará una tabla de conversión entre las sucesiones de valores y su transformada en Z, por ejemplo, en el libro antes mencionado de E.I. Jury.

Se hará observar aquí simplemente que:

la transformada en Z de la sucesión  $x(nT)$  definida por

15

$$\begin{aligned} x(nT) &= 0 \text{ para } n < 0 \\ x(nT) &= 1 \text{ para } n \geq 0 \end{aligned}$$

es

20

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} = \frac{1}{1-z^{-1}} \quad (5)$$

25 la transformada en Z de una sucesión retardada por un retardo elemental T es igual a la transformada en Z de la sucesión inicial multiplicada por  $z^{-1}$ .

Se describirá ahora el filtro de fase conforme al invento sucesivamente en sus formas "de cascada" y "paralela".

5 Refiriéndose a la figura 2, que representa el filtro de fase con estructura de cascada, el valor discreto de la fase  $\phi'_n$  extraído de la señal recibida, valor que se supondrá codificado en forma numérica sin reducir a pesar de ello la generalidad del invento, es aplicado por la línea 1 a una de las entradas de un  
10 multiplicador binario 2. La otra entrada del multiplicador 2 está unida por la línea 3 con la salida de un elemento de memoria 4 que puede ser, por ejemplo, un registro binario, o de manera más simple un conjunto de conexiones previamente dispuestas. La salida del mul  
15 tiplicador 2 está unida por la línea 5 con la entrada de un primer filtro de decisión 6 cuya salida está unida a su vez por la línea 7 con la entrada de un segundo filtro de decisión 8 que proporciona en su salida sobre la línea 9 las señales representativas de los da  
20 tos detectados. El primer filtro de decisión 6 comprende un restador binario 10, un detector-separador 11 y un filtro lineal numérico 12. La salida del multiplicador 2 está unida por la línea 5 con la entrada (+) del restador 10 cuya salida está unida por la línea 13 con  
25 la entrada del detector-separador 11 que se describirá



con mayor detalle haciendo referencia a la figura 11. La salida Er del detector-separador 11 está unida por la línea 14 con la entrada del filtro 12 cuya salida está unida por la línea 15 con la entrada (-) del res  
5 tador 10. El segundo filtro de decisión 8 comprende dos restadores binarios 16 y 17, un detector-separador 18, un filtro predictor numérico 19 y dos elementos de retardo 20 y 21 que introducen cada uno un retardo ele  
10 mental T igual al período de los instantes de toma de muestras. La salida del restador 10 del filtro de de  
cisión 6 está unida por la línea 7 con la entrada (+) del restador 16 cuya salida está unida con la entrada  
del detector-separador 18 cuya salida está unida con  
15 la línea de salida de 9. La salida del detector-sepa  
rador 18 está unida, por otra parte, por la línea 22 con la entrada del elemento de retardo 20 cuya salida  
está unida con la entrada (-) del restador 17 por la  
línea 23. La entrada (+) del restador está unida con  
la salida del elemento de retardo 21 cuya entrada es  
20 tá unida con la línea 7 por la línea 24. La salida del  
restador 17 está unida, por la línea 25, con la entra  
da del filtro predictor 19, cuya salida está unida con  
la entrada (-) del restador 16 por la línea 26.

Se va a describir ahora el funcionamiento del  
25 dispositivo ilustrado esquemáticamente en la figura 2.



25

Dentro del marco del presente invento, uno se situará en el caso de un sistema de transmisión de datos numéricos en el cual el valor de la fase de la señal emitida en los instantes de toma de muestras es representativo de los datos. El receptor del sistema debe tratar la señal recibida de manera que se permita la detección correcta de la fase de la señal recibida en los instantes de toma de muestras para extraer de ella los datos. El tratamiento de la señal recibida, que no entra dentro del marco del presente invento, comprende generalmente el gobierno automático del nivel de la señal recibida de manera que se permita el tratamiento ulterior de señales de potencia media constante, la toma de muestras de la señal recibida en los instantes  $t = nT$ , y la conversión en sistema numérico de la señal tomada como muestra. Comprende además, si es necesario, la igualación de la señal recibida con el fin de reducir los efectos de la interferencia entre símbolos. La detección del valor de la fase de la señal recibida, tomada como muestra, e igualada si es necesario, en los instantes de toma de muestras, no entra tampoco dentro del marco del presente invento, y puede ser realizada, por ejemplo, por el detector de fase descrito en la solicitud de patente francesa número 7147850 presentada por la solicitante el 21 de Diciembre de 1.971.



Son estos valores de fase los que constituyen las se-  
ñales de entrada del dispositivo del presente invento.

La señal aplicada a la entrada del filtro de  
fase del invento ilustrado en la figura 2, se presen-  
ta por lo tanto en la forma de una sucesión de valores  
5 discretos de fase  $\{\phi'_n\}$ , en donde  $\phi'_n$  el valor de la  
fase de la señal recibida en el instante de toma de  
muestras  $t = nT$ .

La fase  $\phi'_n$  puede escribirse en la forma:

10

$$\phi'_n = \phi_n + \xi_n \quad (6)$$

15 en donde

$\phi_n$  es el valor discreto de la fase de la se-  
ñal emitida en el instante  $t = nT$ , representativa de  
los datos y

$\xi_n$  representa el conjunto de las perturbacio-  
20 nes, o ruidos, introducidas durante la transmisión de  
la señal.

En un sistema de Q fases, siendo Q un número  
entero positivo, es decir en un sistema en que la fa-  
se de la señal emitida puede adoptar Q valores discre-  
25 tos distintos en cada instante de toma de muestras,  $\phi_n$



puede adoptar los valores siguientes:

$$\phi_n = 0, \frac{2\pi}{Q}, \frac{4\pi}{Q}, \dots, \frac{2(Q-1)\pi}{Q} \quad (7)$$

5

El ruido  $\xi_n$  puede escribirse bajo la forma

$$\xi_n = \frac{2\pi}{Q} (a_0 + a_1 n + x_n) \quad (8)$$

10

en donde

$a_0$  es una constante representativa de la separación de fase

15

$a_1$  es una constante representativa de la derivada en frecuencia entre dos instantes sucesivos de tema de muestras y

$x_n$  es una componente de ruido aleatoria representativa de la fluctuación de fase y del ruido blanco.

20

La fase  $\phi'_n$  es aplicada por la línea 1 a una entrada del multiplicador 2 que efectúa la multiplicación de la misma por el coeficiente  $Q/2\pi$  almacenado en el elemento de memoria 4. El multiplicador 2 proporciona

25



na en su salida sobre la línea 5 la señal  $y_n$

$$y_n = \frac{Q}{2\pi} \phi'_n \quad (9)$$

5

Reemplazando  $\phi'_n$  por su valor deducido de la expresión (6), la expresión (9) se convierte en:

$$y_n = \frac{Q}{2\pi} (\phi_n + \xi_n) \quad (10)$$

10

que puede escribirse:

$$y_n = I_n + b_n \quad (11)$$

con

15

$$I_n = \frac{Q}{2\pi} \phi_n \quad \text{y} \quad b_n = \frac{Q}{2\pi} \xi_n$$

Según (7) y (8), se tiene respectivamente:

$$I_n = 0, 1, 2, \dots, (Q-1) \quad (12)$$

20

$$b_n = a_0 + a_1 n + x_n \quad (13)$$

25

Se observa que  $I_n$  es un número entero representativo de los datos, y que  $b_n$  es representativo del conjunto de las componentes de ruido introducidas durante



la transmisión. Hay que hacer observar de la operación de multiplicación del valor  $\phi'_n$  por el coeficiente  $Q/2\pi$  tiene precisamente como misión aplicar en la entrada del primer filtro de decisión 6 una señal  $y_n$  que sea igual a un número entero en la ausencia de ruido, lo cual aparece en las expresiones (11) y (12) haciendo  $b_n = 0$ .

La misión del sistema propuesto es de volver a encontrar  $I_n$  y de hacer mínimos los efectos de  $b_n$ . Según el invento, la minimización de los efectos de  $b_n$  se obtiene eliminando la separación de fase  $a_0$  y la deriva en fase  $a_1$  introducida por la deriva en frecuencia  $a_1$ , con la ayuda del filtro de decisión 6, y reduciendo la componente aleatoria  $x_n$  con la ayuda del segundo filtro de decisión 8.

En primer término se analizará el funcionamiento del primer filtro de decisión 6.

La señal  $y_n$  disponible en la línea 5 es aplicada en la entrada (+) del restador 10 que recibe en su entrada (-) una señal de error  $u_n$  proporcionada por el filtro lineal 12 cuya función de transferencia es designada  $W(z)$ . El restador 10 proporciona en su salida la diferencia  $y_n - u_n$  que es aplicada a la entrada del detector-separador 11.

El análisis del sistema propuesto se efectuará suponiendo que no se produce ningún error de detec-



ción, dándose por supuesto que estos errores son raros.  
Según (11) se tiene

$$y_n - u_n = I_n + b_n - u_n \quad (14)$$

5

$$\text{con } f_n = b_n - u_n$$

$$y_n - u_n = I_n + f_n$$

10

15

20

Dado que  $I_n$  es un número entero positivo, decir que no se produce ningún error de detección significa que  $f_n$  es un número fraccionario cuyo valor absoluto está comprendido entre 0 y 1. La función del detector-separador 11, que se describirá con detalle haciendo referencia a la figura 11, es extraer  $I_n$  y  $f_n$  de la diferencia  $y_n - u_n$  que es aplicada a él. En el detector-separador 11 sólo la salida  $E_r$  que proporciona  $f_n$ , componente de ruido residual, es utilizada y unida con la línea 14. La señal  $f_n$  es aplicada al filtro lineal 12 de función de transferencia  $W(z)$  cuya función es generar la señal de error  $u_n$  a partir de la sucesión de las componentes de ruido residuales  $\{f_n\}$ .

25

Se observará que en el caso en que sólo es necesario el primer filtro de decisión 6, es decir en el caso en que son despreciables los efectos de la componente aleatoria, se utilizará la salida  $D_a$  del detector-separador 11 que proporciona  $I_n$  como salida del



filtro de fase.

Se va a determinar ahora la función de transferencia  $W(z)$  para que el primer filtro de decisión 6 elimine la separación de fase  $a_0$  y la deriva en fase  $a_1 n$  introducida por la deriva en frecuencia. Para ello se supondrá siempre que no se produce ningún error de detección, y se analizará únicamente la respuesta del filtro de decisión 6 al ruido  $b_n$ . En este caso se puede representar el filtro de decisión 6 por el modelo de la figura 3. Se hará observar que en el modelo se ha suprimido el detector-separador 11, no teniendo éste ninguna influencia sobre la componente de ruido residual  $f_n$  en el caso de ausencia de error de detección. Por otra parte, se despreciará la componente aleatoria  $x_n$  en el ruido  $b_n$ , hipótesis que se comprobará que está bien fundada en lo que sigue.

Se supone por lo tanto que

$$b_n = a_0 + a_1 n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Determinar  $W(z)$  para que el primer filtro de decisión 6 elimine  $a_0$  y  $a_1 n$ , es decir elimine  $b_n$  tal como se define por (15), significa que hay que determinar  $W(z)$  para que  $f_n = 0$  para  $b_n = a_0 + a_1 n$ .



Sean  $B(z)$  y  $F(z)$  las transformadas en  $Z$  de  $b_n$  y  $f_n$  respectivamente. De acuerdo con (3) se tiene:

5 
$$B(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^{-k} \quad (16)$$

10 
$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k} \quad (17)$$

Según el modelo de la figura 3 puede escribirse

15 
$$F(z) = B(z) - W(z) F(z)$$

o 
$$F(z) = \frac{1}{1 + W(z)} B(z)$$

o también 
$$F(z) = G(z) B(z) \quad (18)$$

poniendo 
$$G(z) = \frac{1}{1 + W(z)} \quad (19)$$

25 Se observará que  $G(z)$  representa la función de transferencia del primer filtro de decisión 6.



Según (16) y (15) se tiene

$$\begin{aligned}
 B(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} (a_0 + a_1 k) z^{-k} \\
 &= \sum_{k=0}^{\infty} a_0 z^{-k} + \sum_{k=0}^{\infty} a_1 k z^{-k} \quad (20)
 \end{aligned}$$

5

o según (5) se tiene

10

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_0 z^{-k} = \frac{a_0}{1-z^{-1}} \quad (21)$$

Por otra parte

15

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_1 k z^{-k} = a_1 [z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + \dots] \quad (22)$$

20

o la expresión (5) se escribe,

$$1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots = \frac{1}{1-z^{-1}} \quad (23)$$

25

La derivada de (23) con relación a z se escribe



$$-z^{-2} - 2z^{-3} - 3z^{-4}, \dots, = \frac{-z^{-2}}{(1-z^{-1})^2} \quad (24)$$

La relación (24) puede escribirse

5

$$z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + \dots, = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \quad (25)$$

Transladando (25) a (22) se obtiene:

10

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_1^k z^{-k} = \frac{a_1 z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \quad (26)$$

Transladando 21 y 26 a 20 se obtiene

15

$$B(z) = \frac{a_0 + (a_1 - a_0) z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \quad (27)$$

20 Se va a mostrar ahora que un filtro cuya función de transferencia tiene la forma

$$G(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{(1-\alpha z^{-1})^2} \quad \text{con } 0 < \alpha < 1 \quad (28)$$

25 puede eliminar un ruido  $B(z)$  tal como se define por (27).



En efecto, trasladando los valores de  $B(z)$  y  $G(z)$ , precisados en las expresiones (27) y (28) respectivamente, a (18) se obtiene la expresión de  $F(z)$ ,

5

$$F(z) = \frac{a_0 + (a_1 - a_0) z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2} \quad (29)$$

de la que se va a determinar la sucesión  $\{f_n\}$  correspondiente. La expresión (29) puede escribirse:

10

$$F(z) = \frac{a_0}{(1 - \alpha z^{-1})^2} + \frac{(a_1 - a_0) z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2} \quad (30)$$

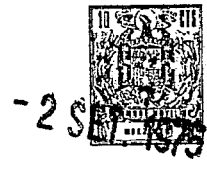
15

o según (25), puede escribirse

20

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{(1 - \alpha z^{-1})^2} &= a_0 [1 + 2\alpha z^{-1} + 3\alpha^2 z^{-2} + \dots \\ &\dots + (k+1)\alpha^k z^{-k} + \dots] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} a_0 (k+1) \alpha^k z^{-k} \end{aligned} \quad (31)$$

25



y

$$\frac{(a_1 - a_0) z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2} = (a_1 - a_0) z^{-1} [1 + 2\alpha z^{-1} +$$

5

$$+ 3\alpha^2 z^{-2} + 4\alpha^3 z^{-3} + \dots]$$

$$= (a_1 - a_0) [z^{-1} + 2\alpha z^{-2} + 3\alpha^2 z^{-3} + \dots +$$

10

$$+ k\alpha^{k-1} z^{-k} \dots]$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (a_1 - a_0) k \alpha^{k-1} z^{-k} \quad (32)$$

15

Transladando (31) y (32) a (30) se obtiene

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} [a_0 (k+1)\alpha^k + (a_1 - a_0)k\alpha^{k-1}] z^{-k} \quad (33)$$

20

Según la definición de la transformación en Z que se recuerda en (3) se obtiene

$$f_n = a_0 (n+1) \alpha^n + (a_1 - a_0) n \alpha^{n-1}$$

25

$$f_n = \alpha^n \left[ a_0 + \frac{a_1 - a_0 (1 - \alpha)}{\alpha} n \right] \quad (34)$$



Dado que  $0 < \alpha < 1$ , se ve según la expresión (34) que cuando  $n \rightarrow \infty$ ,  $f_n \rightarrow 0$ . En otros términos, el filtro de decisión 6 de función de transferencia  $G(z)$  tal como se define por (28) elimina la separación de fase  $a_0$  y la deriva en fase  $a_1 n$  cuando  $n \rightarrow \infty$ , es decir en régimen permanente.

Hay que hacer observar que según la expresión (28) cuando  $\alpha \rightarrow 1$ ,  $G(z) \rightarrow 1$ , es decir que el efecto del primer filtro de decisión sobre las componentes diferentes de  $a_0$  y  $a_1 n$ , y especialmente sobre la componente aleatoria  $x_n$  es despreciable cuando  $\alpha \rightarrow 1$ , lo cual justifica una hipótesis de partida según la cual se ha despreciado  $x_n$  en el análisis del primer filtro de decisión 6.

No obstante, cuando  $\alpha \rightarrow 1$ , el tiempo de respuesta del filtro se vuelve infinito. Hay que escoger por lo tanto  $\alpha$  de manera tal que el filtro de decisión 6 elimine las componentes  $a_0$  y  $a_1 n$  y no tenga ninguna influencia notable sobre la componente  $x_n$  al mismo tiempo que tenga un tiempo de respuesta correcto. Se obtiene un buen compromiso, por ejemplo, para  $\alpha = 0,9$ .

Por estar determinada la función de transferencia  $G(z)$  del primer filtro de decisión 6 por la expresión (28), la función de transferencia  $W(z)$  del filtro lineal 12 se obtiene calculando  $W(z)$  en función de



$G(z)$  según (19) y reemplazando  $G(z)$  por su valor deducido. De (28) se obtiene:

$$W(z) = \frac{1-G(z)}{G(z)}$$

5

y

$$W(z) = \frac{2(1-\alpha)z^{-1} + (\alpha^2-1)z^{-2}}{1-2z^{-1} + z^{-2}} \quad (35)$$

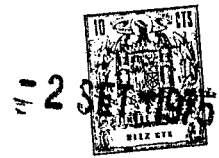
10

La figura 4 representa esquemáticamente un ejemplo de realización numérico de un filtro lineal numérico de función de transferencia  $W(z)$ , tal como se define por la relación (35) en su forma canónica. La realización de un filtro numérico según su función de transferencia es una técnica conocida de la que se encontrará una descripción detallada, por ejemplo, en el artículo de C.M. Rader y B. Gold: "Digital Filter Design Techniques in the Frequency Domain" publicado en la revista "Proceedings of the IEEE" volumen 55, número 2, Febrero 1.967, páginas 149-171. En la figura 4, se han mantenido las mismas referencias numéricas para las líneas 14 y 15 que aparecen en la figura 2. El filtro ilustrado comprende de manera clásica dos sumadores binarios  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$ , dos elementos de retardo identificados por unos bloques que llevan la inscripción T, introduciendo cada uno de ellos un retardo elemental T, y cua

15

20

25



tro multiplicadores binarios que realizan las multi-  
plicaciones por los coeficientes del filtro  $2(1-\alpha)$ ,  
 $(\alpha^2-1)$ ,  $+2$  y  $-1$  que aparecen en la expresión (35)  
de la función de transferencia  $W(z)$ . En la forma de  
5 realización ilustrada, la salida del sumador de sali-  
da  $\sum_2$  es conectada con la entrada de un módulo lógico  
Q 40 cuya salida está unida con la línea 15.

La utilización de un sistema lógico de módu-  
lo Q es hecha necesaria por la naturaleza misma de las  
10 señales tratadas por el sistema del invento. En efec-  
to, la señal de entrada  $\phi'_n$  aplicada a la línea 1 re-  
presenta un valor de fase comprendido entre 0 y  $2\pi$   
radianes. Este valor de fase es multiplicado seguida-  
mente por el coeficiente  $Q/2\pi$  por el multiplicador 2,  
15 y por lo tanto el resultado  $y_n$  de esta multiplicación  
es un valor comprendido entre 0 y Q. Como se ha visto  
más arriba,  $y_n$  es aplicado a la entrada (+) del resta-  
dor 10 cuya entrada (-) recibe la señal de error  $u_n$ .  
Para evitar una saturación del sistema es necesario  
20 por lo tanto que la señal  $u_n$  esté comprendida también  
entre 0 y Q, es decir que la señal de salida del fil-  
tro 12 esté comprendida entre 0 y Q, lo cual implica  
la utilización de un sistema lógico de módulo Q a la  
salida de este filtro.

25 Refiriéndose de nuevo a la figura 4 puede



verse que el sistema lógico de módulo  $Q$  es en efecto de realización muy simple cuando se trabaja con números binarios. Se sabe en efecto que la representación binaria de un número por  $m$  bitios es una representación de módulo  $2^m$  y que las representaciones de  $x$  y de  $x + p2^m$  ( $p =$  número entero) son idénticas para los  $m$  bitios de menor peso. La representación de los números negativos se obtiene por la utilización del complemento real, es decir añadiendo a  $2^m$  el valor negativo de  $x$ . Hay que hacer observar que como en el caso de la representación binaria con un bitio de signo el bitio de peso más elevado es 0 para  $x \geq 0$  y 1 para  $x < 0$ .

En la forma de realización ilustrada en la figura 4 se ha codificado  $Q$  en 8 bitios y el sistema lógico de módulo  $Q$  es entonces un sistema lógico de módulo  $2^8$  en sistema binario. En el interior del filtro propiamente dicho se ha escogido trabajar con números binarios de 16 bitios con el fin de tener mayor precisión en los cálculos, y así es como las salidas de los sumadores  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$  son números de 16 bitios. La operación que consiste en no tomar más que el valor de módulo  $2^8$  de la señal de salida del filtro, es decir de la señal de salida del sumador  $\Sigma_2$  se realiza simplemente no tomando más que los 8 bitios de menor peso de la señal proporcionada por el sumador  $\Sigma_2$ . El sis

2 SET. 1975

tema lógico 40 se limita a un registro con desfase 41 de 16 bitios cuya entrada está unida con la salida del sumador  $\sum_2$ , y una puerta Y 42 con dos entradas. La salida del registro 41 está unida con una entrada de la puerta Y 42 que no es hecha conductora más que para los 8 bitios de menor peso, es decir para los 8 primeros bitios, del número almacenado en el registro 41. La puerta Y 42 es hecha conductora bajo el control de una señal de mando de puerta Tr aplicada a la segunda entrada de la puerta Y 42. La puerta Y 42 proporciona en su salida la señal de error  $u_n$  de módulo  $2^8$ , que es aplicada a la entrada (-) del restador 11 por la línea 15 (figura 2).

Se va a analizar ahora el funcionamiento del segundo filtro de decisión 8.

Se supone que la función de transferencia  $W(z)$  del filtro 12 es escogida tal como se determina por la expresión (35) de manera tal que la componente de ruido a la entrada del segundo filtro de decisión 8 presenta esencialmente las mismas características que las del ruido  $b_n$  aplicado a la entrada del primer filtro de decisión 6, si se supone que no han sido más que las componentes  $a_0$  y  $a_1$  las que han sido eliminados por el filtro de decisión 6. Refiriéndose a la expresión (13) el ruido a la entrada del segundo filtro de decisión 8 no comprende entonces más que la componente aleatoria  $x_n$ .



La señal aplicada a la entrada del filtro de decisión 8 es por lo tanto la suma de  $I_n$ , señal representativa de los datos cuyo valor no está afectado por el primer filtro de decisión (en la ausencia de error de de-  
5 tección), y de la componente de ruido aleatoria  $x_n$ . La señal  $I_n+x_n$  es aplicada por la línea 7 a la entrada (+) del restador 16 que recibe en su entrada (-) una señal de error que es en efecto un valor estimado de  $x_n$ , denominado  $\hat{x}_n$ . La señal de salida del restador 16 puede  
10 escribirse bajo la forma  $I_n+e_n$ , en donde  $e_n$  representa la diferencia entre  $x_n$  y  $\hat{x}_n$ , es decir de la componente aleatoria residual. La señal  $I_n+e_n$  es aplicada a la entrada del detector-separador 18, idéntico al detector-separador 12, si no se utiliza más que la salida que  
15 proporciona la señal  $I_n$  representativa de los datos detectados. La señal  $I_n$  detectada por el detector-separador 18 es aplicada por la línea 22 a la entrada del elemento de retardo elemental 20 que tiene como función de transferencia  $z^{-1}$  y que proporciona en su salida la señal  $I_{n-1}$ . Esta señal  $I_{n-1}$  es aplicada a la entrada (-) del restador 17 cuya entrada (+) recibe la señal  $I_n+x_n$  retardada por el elemento de retardo elemental 21, es decir la señal  $I_{n-1}+x_{n-1}$ . La señal de salida del restador 17, que representa la componente aleatoria  $x_{n-1}$  en  
20 ausencia de error de detección es aplicada por la línea 25 a la entrada del filtro predictor 19 de función de



5 transferencia  $P(z)$ . La función del filtro predictor 19, cuya salida está unida con la entrada (-) del restador 16 es predecir el valor estimado de  $x_n$ ,  $\hat{x}_n$ , a partir de los valores anteriores de la componente aleatoria, con el fin de hacer mínima la componente aleatoria residual  $e_n$  a la entrada del detector-separador 18.

10 Se va a determinar ahora el filtro predictor 19 de función de transferencia  $P(z)$  para que el segundo filtro de decisión 8 reduzca de manera óptima la componente aleatoria  $x_n$ . Para esto, uno se situará sucesivamente en la hipótesis en que el espectro de la componente aleatoria  $x_n$  es conocido, y luego en la hipótesis en que éste es indeterminado, o variable en el tiempo.

15 Primera hipótesis : La forma del espectro de  $x_n$  es conocida.

Se supone que la sucesión  $\{x_n\}$  tiene un espectro racional conocido. La densidad espectral de la potencia  $R_x(z)$  de  $x_n$  puede ponerse en la forma

20 
$$R_x(z) = \frac{N(z) N(z^{-1})}{D(z) D(z^{-1})} \quad (36)$$

25 en donde  $N(z)$  y  $D(z)$  son polinomios en  $z$  todos cuyos ceros están situados en el exterior del círculo unidad, y  $N(z^{-1})$  y  $D(z^{-1})$  son respectivamente los polinomios conjugados de  $N(z)$  y  $D(z)$  obtenidos simplemente reemplazando



5 z por  $z^{-1}$ . Puede mostrarse que todo espectro de ruido racional de energía finita puede ponerse en esta forma por medio del método denominado de "puesta en factor espectral". Puede demostrarse que el predictor óptimo  $P(z)$  de  $x_n$  en el sentido de los mínimos cuadrados, es decir el filtro predictor  $P(z)$  que hace mínimo  $\overline{e_n^2}$  es

$$P(z) = z \frac{\angle N(z^{-1}) - aD(z^{-1}) \rceil}{N(z^{-1})} \quad (37)$$

10

en donde

$$a = \frac{N(0)}{D(0)}$$

15

Para la demostración matemática que permite obtener la relación (37), se hará referencia al apéndice situado al final de la descripción de la presente solicitud de patente.

20

Se puede determinar ahora la función de transferencia global del segundo filtro de decisión 8. Para esto, uno se situará siempre en el caso de ausencia de error de detección y no se interesará más que en las componentes de ruido. Haciéndose referencia a la figura 2 y utilizando la transformación en Z, puede escribirse

25

$$E(z) = (1 - z^{-1} P(z)) X(z) \quad (38)$$



-2

en donde

$E(z)$  y  $X(z)$  son respectivamente las transformadas en  $Z$  de  $e_n$  y  $x_n$ .

La expresión (38) puede escribirse:

5

$$E(z) = H(z) X(z) \tag{39}$$

poniendo

$$H(z) = 1 - z^{-1} P(z) \tag{40}$$

10

en donde

$H(z)$  es la función de transferencia del segundo filtro de decisión 8.

15

Transladando el valor de  $P(z)$  tomado de la expresión (37) en la expresión (40) se obtiene la función de transferencia  $H(z)$  del segundo filtro de decisión 8 que reduce la componente aleatoria  $X_n$  en la hipótesis considerada.

Se obtiene:

20

$$H(z) = \frac{aD(z^{-1})}{N(z^{-1})} \tag{41}$$

La densidad espectral de la potencia de ruido en la salida está dada por la relación

25

$$\begin{aligned} R_e(z) &= |H(z)|^2 R_x(z) \\ &= H(z) H(z^{-1}) R_x(z) \end{aligned} \tag{41}$$



Según (36) y (41) se obtiene

$$R_e(z) = a^2 \tag{42}$$

5

Esta expresión muestra que el filtro óptimo es el que produce un espectro de ruido blanco a la entrada del detector-separador 18. Por otra parte,  $a^2$  representa la potencia de ruido total  $\overline{e_n^2}$ .

10

EJEMPLOS

Se supone que la densidad espectral de la potencia  $R_x(z)$  de la sucesión  $\{x_n\}$  es de la forma

15

$$R(z) = \frac{1}{k_1+k_2+k_3} \left\{ k_1 \left[ \frac{P_1}{g_1(z) g_1(z^{-1})} \right] + k_2 \left[ \frac{P_2}{g_2(z) g_2(z^{-1})} \right] + k_3 \right\} \tag{43}$$

20

en donde

25

$$P_i = 2 (2\pi f_i T)^2 (1-\mu_i^2)$$

$$g_i(z) = 1 - 2\mu_i \cos(2\pi f_i T)z + \mu_i^2 z^2$$

$$\underline{T} = \text{período de toma de muestras}$$

$$\overline{x_n^2} \approx 1$$



Los dos términos situados entre corchetes de la expresión (43) representan las componentes de ruido concentradas en bandas de frecuencia proporcionales a  $(1-\mu_i)$  y centradas en  $f_i$  Hz, y el término  $k_3$  representa el ruido blanco.

Ejemplo 1

Se supone  $k_1 = 4$ ,  $k_2 = k_3 = 1$

$T = 1800$  Hz,  $f_1 = 55$  Hz,  $f_2 = 110$  Hz y  $\mu_1 = \mu_2 = 0,85$

El espectro  $R_x(e^{j2\pi fT})$  que corresponde a este ejemplo está ilustrado en la figura 5.

Combinando los términos de la expresión (43), se obtiene una expresión racional que se pone bajo la forma (36) con

$$N(z) = 0,63(1-1,34z+0,56z^2) (1-1,13z+0,4z^2)$$

$$D(z) = (1-1,67z+0,7225z^2) (1-1,58z+0,7225z^2)$$

$$a^2 = 0,39$$

Se obtiene la función de transferencia  $P(z)$

$$P(z) = \frac{0,81 - 1,61z^{-1} + 1,18z^{-2} - 0,278z^{-3}}{N(z^{-1})}$$



. Ejemplo 2

Repetiendo el mismo ejemplo con  $k_3=1/4$  se  
obtiene

5

$$N(z) = 0,4(1-1,46z+0,61z^2) (1-0,78z+0,25z^2)$$
$$D(z) \quad \text{idéntica al ejemplo 1}$$
$$a^2 = 0,163$$

10

Se observará que en el ejemplo 2,  $a^2$  es mucho más pequeño que en el ejemplo 1, lo cual indica que el filtro es más eficaz cuando la componente de ruido blanco es pequeña con relación a las otras componentes.

15

No se describirá aquí la realización del filtro predictor numérico 19, pudiendo obtenerse éste de manera clásica a partir de la expresión de  $P(z)$ , tal como se describe por ejemplo en el artículo de C.M. Rader y B. Gold antes mencionado.

20

Hay que hacer observar que la configuración del filtro de decisión 8, tal como se ilustra en la figura 2, puede ser modificada para obtener una configuración idéntica a la del primer filtro de decisión ilustrado en la figura 2. La figura 6 representa una configuración posible del segundo filtro de decisión 8. En esta configuración, la línea 7 es unida con la entrada (+) de un restador binario 30 cuya salida está unida con

25

la entrada de un detector-separador 31 idéntico a los



detectores-separadores 11 y 18. Una primera salida del detector-separador está unida con la línea de salida de los datos 9, mientras que una segunda salida está unida por la línea 32 con la entrada de un filtro líneal numérico cuya función de transferencia es denominada  $L(z)$ . La salida del filtro 33 es unida con la entrada (-) del restador 30 por la línea 34. En funcionamiento, la señal  $I_n+x_n$  es aplicada por la línea 7 a la entrada (+) del restador 30 cuya entrada (-) recibe una señal de error  $v_n$  proporcionada por el filtro 33. El restador proporciona a su vez la señal  $I_n+e_n$  en donde  $e_n=x_n-v_n$  es la componente aleatoria residual a la entrada del detector-separador 31. Tal como se ha mencionado más arriba, la función del detector es detectar  $I_n$  y  $e_n$ . En la ausencia de error de detección,  $I_n$  es proporcionado sobre la línea 9 mientras que la componente aleatoria residual  $e_n$  es proporcionada por la segunda salida del detector-separador 31 unida con la línea 32. La función del filtro 33 es generar la señal de error  $v_n$  a partir de los valores anteriores de la componente aleatoria residual  $e_n$ .

Se va a mostrar ahora que las configuraciones del segundo filtro de decisión 8 tal como aparecen en las figuras 2 y 6 son equivalentes, y también se va a determinar  $L(z)$  para que la configuración de la figura



6 reduzca de modo óptimo la componente aleatoria  $x_n$ .  
 Uno se situará siempre en el caso de ausencia de error  
 de detección y no se interesará más que en las compo-  
 nentes de ruido. Refiriéndose a la figura 6, y utili-  
 zando la transformación en Z, puede escribirse

$$E(z) = X(z) - L(z) E(z) \quad (44)$$

ó

$$E(z) = \frac{1}{1+L(z)} X(z) \quad (45)$$

en donde  $E(z)$  y  $X(z)$  son respectivamente las transforma-  
 das en Z de  $e_n$  y  $x_n$ .

La expresión (45) puede escribirse

$$E(z) = H'(z) X(z) \quad (46)$$

poniendo

$$H'(z) = \frac{1}{1+L(z)} \quad (47)$$

en donde  $H'(z)$  es la función de transferencia de la con-  
 figuración del filtro ilustrado en la figura 6.

Para que las dos configuraciones del segundo  
 filtro de decisión 8, tal como se ilustran en las figu-  
 ras 2 y 6, sean equivalentes es necesario que tengan la  
 misma función de transferencia, es decir

$$H'(z) = H(z) \quad (48)$$

o según (40) y (47)



- 23 -

$$1-z^{-1} P(z) = \frac{1}{1+L(z)} \quad (49)$$

De ello se reduce que es necesario que

$$P(z) = z \frac{L(z)}{1+L(z)} \quad (50)$$

$$L(z) = z^{-1} \frac{P(z)}{1-z^{-1}P(z)} \quad (51)$$

El valor de  $L(z)$  para que la segunda configuración del segundo filtro de decisión 8, ilustrado en la figura 6, elimine la componente aleatoria  $x_n$ , es obtenido simplemente reemplazando  $P(z)$  en (54) por su valor deducido de (37). Se obtiene:

$$L(z) = \frac{N(z^{-1}) - aD(z^{-1})}{aD(z^{-1})} \quad (52)$$

Volviendo al ejemplo 1, se obtiene

$$L(z) = \frac{1,24z^{-1} - 2,55z^{-2} + 1,87z^{-3} - 0,4z^{-4}}{D(z^{-1})} \quad (52')$$

Hasta ahora se han determinado las dos configuraciones posibles del segundo filtro de decisión 8, en el caso en que la forma del espectro de la componente aleatoria  $x_n$  sea conocida; se estudiará ahora la segunda hipótesis:

-2 31 1975

Segunda hipótesis: La forma del espectro de  $x_n$  es indeterminada o variable en el tiempo.

5 Se ha visto más arriba que la componente aleatoria  $x_n$  es debida principalmente a la fluctuación de fase y al ruido blanco. Aquí uno se situará en el caso en que el efecto de la fluctuación de fase es preponderante sobre el efecto del ruido blanco y se asimilará la componente aleatoria  $x_n$  con la fluctuación de fase.

10 Dado que la fluctuación de fase tiene, en general, un espectro limitado entre 0 y 300 Hz, mientras que la frecuencia de toma de muestras, es decir la velocidad de transmisión de los caracteres en un sistema de transmisión de datos numéricos, es con mucha frecuencia por lo menos igual a 1.200 Hz, puede obtenerse una buena estimación de  $x_n$  utilizando un filtro predictor adaptable, por ejemplo un filtro predictor adaptable de Wiener. Se recordará brevemente en lo que sigue lo que es un predictor adaptable de Wiener de orden  $p$ .

15  
20 Sea  $s_{n-1}$  la muestra  $(n-1)$  de una señal de frecuencia poco elevada, y  $\hat{s}_n$  un valor estimado de la muestra siguiente. Se obtiene el valor estimado  $\hat{s}_n$  por extrapolación sobre las  $p$  últimas muestras. Esto puede escribirse bajo la forma:

25



$$\begin{aligned}
\hat{s}_{p+1} &= \alpha_1 s_1 + \alpha_2 s_2 + \dots + \alpha_p s_p \\
\hat{s}_{p+2} &= \alpha_2 s_2 + \alpha_3 s_3 + \dots + \alpha_p s_{p+1} \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\hat{s}_n &= \alpha_1 s_{n-p} + \alpha_2 s_{n-p+1} + \dots + \alpha_p s_{n-1}
\end{aligned}
\tag{53}$$

5

con  $n \geq 2p$ .

Los coeficientes  $\alpha_i$ ,  $i=1,2, \dots, p$  están ajustados de manera tal que el error  $E_{n-1}$  en el sentido de los mínimos cuadrados entre el valor real de  $s_q$  y su valor estimado  $\hat{s}_q$ ,  $q=p, (p+1), \dots, (n-1)$  sea mínimo.

10

$$E_{n-1} = \sum_{q=p+1}^{n-1} (s_q - \hat{s}_q)^2 \tag{54}$$

15

En nuestra hipótesis, puede reemplazarse el filtro predictor 19 del segundo filtro de decisión 8 ilustrado en la figura 2, por un filtro predictor adaptable de Wiener. Si se utiliza un filtro de Wiener de orden  $p=5$ , por ejemplo, el valor estimado  $\hat{x}_n$  de  $x_n$  se obtiene a partir de la relación de iteración

20

$$\hat{x}_n = \alpha_1 x_{n-1} + \alpha_2 x_{n-2} + \alpha_3 x_{n-3} + \alpha_4 x_{n-4} + \alpha_5 x_{n-5} \tag{55}$$

25

Los valores de  $\alpha_i$ ,  $i=1, \dots, 5$ , son calculados



de manera tal que el error  $E_{n-1}$  en el sentido de los mínimos cuadrados  $x_q$  y  $\hat{x}_q$ ,  $q=6, \dots, (n-1)$  sea mínimo.

Se tiene

5

$$E_{n-1} = \sum_{q=6}^{n-1} (x_q - \hat{x}_q)^2 \quad (56)$$

La figura 7 representa esquemáticamente un ejemplo de realización numérica de tal filtro predictor adaptable de Wiener.

10

La señal  $x_{n-1}$  proporcionada por la salida del restador 17 (figura 2) es aplicada por la línea 25 a la entrada de una línea de retardo 50 de longitud  $5T$ , en donde  $T$  es el período de toma de muestras. En una forma de realización numérica esta línea de retardo está constituida por un registro con desfase que comprende cinco etapas, introduciendo cada una de ellas un retardo  $T$ . Esta línea de retardo comprende seis tomas 51-1, 51-2, ....., 51-6, distantes en  $T$ , de manera tal que si el valor  $x_{n-1}$  es aplicado a la entrada de la línea de retardo 50, y está por lo tanto disponible en la toma 51 - 1, los valores  $x_{n-2}$ ,  $x_{n-3}$ ,  $x_{n-4}$ ,  $x_{n-5}$ , y  $x_{n-6}$  están respectivamente disponibles en las tomas 51-2, ... ..51-6.

15

20

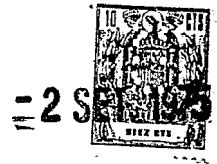
25

Las tomas 51-1, ....., 51-5 están unidas respectivamente con una primera entrada de cinco multipli-

2 SET. 1943



5 cadores binarios 52-1....., 52-5. Las salidas de estos multiplicadores están unidas con las entradas de un dispositivo sumador 53 cuya salida proporciona el valor estimado  $\hat{x}_n$  en la línea 26. La salida del dispositivo sumador 53 está unida por otra parte con la línea 54 con la entrada de un elemento de retardo 55 que introduce un retardo T, y por lo tanto la salida proporciona así el valor  $\hat{x}_{n-1}$ . La salida del elemento de retardo 55 es unida con la entrada (-) de un restador binario 56, cuya entrada (+) está unida con la línea 25 por la línea 10 57. La salida del restador 56 que proporciona la señal de error  $\xi_{n-1} = x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}$ , está unida por la línea 58 con una primera entrada de cinco multiplicadores binarios 59-1, 59-2, ....., 59-5, cuyas segundas entradas 15 están unidas respectivamente con las tomas 51-2, ....., 51-6. Las salidas de los multiplicadores 59-1, ....., 59-5 están unidas respectivamente con las entradas de cinco integradores numéricos 60-1, 60-2 ....., 60-5, que en la forma de realización ilustrada están constituidos 20 por contadores reversibles. Cada uno de los integradores 60-1, ....., 60-5 tiene una entrada de nueva puesta a cero unida respectivamente con la línea 61-1, ....., 60-5 están unidas respectivamente con la entrada de cinco sistemas lógicos de ajuste de los coeficientes 62-1, 25 62-2, ....., 62-5, cuyas salidas están unidas respectiva-



5 mente con la segunda entrada de cada uno de los multipli-  
cadores 52-1, ....., 52-5. Las salidas de los sistemas ló-  
gicos 62-1, ....., 62-5 proporcionan respectivamente los  
valores de los coeficientes  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_5$ . Con una fi-  
nalidad de simplificación, sólo se ha representado con  
detalle el sistema lógico 62-1, y se comprenderá que los  
10 otros sistemas lógicos 62-2, ....., 62-5 son idénticos a  
él. El sistema lógico 62-1 comprende una puerta Y 63-1  
con dos entradas una de las cuales está unida con la sa-  
lida del integrador 60-1 y la otra de ellas con un pri-  
mer manantial de señales de mando (no ilustrado) por la  
línea 64-1. La salida de la puerta Y 63-1 es unida con  
una primera entrada de un multiplicador binario 65-1 cu-  
ya otra entrada está unida por la línea 66-1 con un ele-  
15 mento de memoria 67-1. La salida del multiplicador 65-1  
es unida con la entrada (-) de un restador binario 68-1  
cuya entrada (+) está unida por la línea 69-1 con un se-  
gundo manantial de señales de mando (no ilustrado). La  
salida del restador 68-1 está unida con la segunda entra-  
20 da del multiplicador 52-1.

Se va a describir ahora el dispositivo ilustra-  
do en la figura 7.

25 El dispositivo ilustrado debe proporcionar el  
valor estimado  $\hat{x}_n$  obtenido a partir de la expresión (55),  
obteniéndose los coeficientes  $\alpha_i$   $i=1, \dots, 5$  haciendo  
mínimo el error  $E_{n-1}$  definido por la expresión (56) que



se recuerda seguidamente

$$E_{n-1} = \sum_{q=6}^{n-1} (x_q - \hat{x}_q)^2 \quad (57)$$

5

$$E_{n-1} = \sum_{q=6}^{n-1} \epsilon_q^2 \quad (58)$$

con

10

$$e_q = x_q - \hat{x}_q \quad (59)$$

15

20

25

Por presentarse el error  $E_{n-1}$  en la forma de una suma de cuadrados  $\epsilon_q^2$ ,  $q=6, \dots, (n-1)$ , hacer mínimo  $E_{n-1}$  equivale a hacer mínimos sucesivamente to dos los  $\epsilon_q^2$ ,  $q=6, \dots, (n-1)$ , y a hacer la suma de los valores mínimos de los  $\epsilon_q^2$  así obtenidos. Entonces uno se situará en el instante en que la señal  $x_{n-1}$  es apli cada a la entrada del predictor de Wiener y se anali zará la minimización de  $\epsilon_{n-1}^2$ , mostrando al mismo tiem po como el dispositivo ilustrado toma en cuenta los va lores mínimos de  $\epsilon_q^2$  anteriores.

Dado que los únicos elementos ajustables so bre los cuales puede actuarse para hacer mínimos  $\epsilon_{n-1}^2$ , son los valores de los coeficientes  $\alpha_i$ ,  $i=1, 2, \dots, 5$ , el error elemental  $\epsilon_{n-1}^2$  será mínimo si se anula la de-



derivada de  $\epsilon_{n-1}^2$  con relación a los diversos coeficientes, es decir si

5 
$$\frac{\partial \epsilon_{n-1}^2}{\partial \alpha_i} = 0 \quad \text{para } i=1, \dots, 5 \quad (60)$$

Se tiene

10 
$$\frac{\partial \epsilon_{n-1}^2}{\partial \alpha_i} = 2\epsilon_{n-1} \frac{\partial \epsilon_{n-1}}{\partial \alpha_i} \quad (61)$$

15 Reemplazando  $\epsilon_{n-1}$  por su valor obtenido a partir de (59), se obtiene:

20 
$$\frac{\partial \epsilon_{n-1}^2}{\partial \alpha_i} = 2(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \frac{\partial (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1})}{\partial \alpha_i} \quad (62)$$

Por ser independiente la señal  $x_{n-1}$  de los valores de los coeficientes  $\alpha_i$ , la expresión (61) se convierte en:

25 
$$\frac{\partial \epsilon_{n-1}^2}{\partial \alpha_i} = -2(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \frac{\partial \hat{x}_{n-1}}{\partial \alpha_i} \quad (63)$$



por lo tanto según (55)

$$\hat{x}_{n-1} = \alpha_1 x_{n-2} + \alpha_2 x_{n-3} + \alpha_3 x_{n-4} + \alpha_4 x_{n-5} + \alpha_5 x_{n-6} \quad (64)$$

5

$$\hat{x}_{n-1} = \sum_{i=1}^5 \alpha_i x_{n-1-i} \quad (65)$$

10

Derivando la expresión (65) con relación a  $\alpha_i$ , se obtiene

$$\frac{\partial \hat{x}_{n-1}}{\partial \alpha_i} = x_{n-1-i} \quad \text{para } i=1, \dots, 5 \quad (66)$$

15

Entonces la expresión (63) se convierte en

$$\frac{\partial \epsilon_{n-1}^2}{\partial \alpha_i} = -2 (x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) x_{n-1-i}$$

20

$$\text{para } i=1, \dots, 5 \quad (67)$$

La minimización de  $\epsilon_{n-1}^2$  se obtiene por lo tanto haciendo:

25

$$(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) x_{n-1-i} = 0 \quad \text{para } i=1, \dots, 5 \quad (68)$$



Refiriéndose a la figura 7, va a mostrarse ahora que el dispositivo ilustrado emplea la relación (68).

En un deseo de claridad, uno se limitará al examen del funcionamiento del ajuste del valor del coeficiente  $d_1$ , es decir al examen del empleo de la relación (68) para  $i=1$ , efectuándose de manera idéntica el ajuste de los otros coeficientes. La señal  $x_{n-2}$  disponible en la toma 51-2 es aplicada a la segunda entrada del multiplicador 59-1 cuya primera entrada recibe por la línea 58 la señal  $\epsilon_{n-1} = x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}$ . La señal  $\epsilon_{n-1}$  es proporcionada por la salida del restador 56 que recibe en su entrada (+) la señal  $x_{n-1}$  por la línea 57, y en su entrada (-) la señal  $\hat{x}_{n-1}$  disponible en la salida del elemento de retardo 55. La salida del multiplicador 59-1 proporciona por lo tanto el producto  $(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) x_{n-2}$  que es aplicado en la entrada del integrador 60-1, que acumula el valor de este producto con los valores anteriores de dicho producto. Se ha previsto una línea de nueva puesta a cero 61-1 ya que, en la práctica no se acumulan estos productos más que durante un período de tiempo determinado, igual en general a la anchura de la línea de retardo 50. El resultado de esta acumulación, que se designará como  $\Delta d_1$  es utilizado para ajustar el valor de  $d_1$  hasta que este resultado sea nulo. El resultado de la acumulación es aplicado a la entrada del



sistema lógico de ajuste de los coeficientes 62-1 que proporciona a la salida el nuevo valor de  $d_1$ . En la práctica este ajuste no tiene lugar en cada instante de toma de muestras, sino en general después de un período de tiempo determinado, igual en general a la anchura de la línea de retardo 50, y es por esta razón porque se ha previsto en la entrada del sistema lógico 62-1 una puerta Y 63-1 que no es hecha conductora más que después de este período de tiempo determinado. La señal  $\Delta d_1$  es aplicada entonces a la primera entrada del multiplicador 65-1 que recibe sobre su segunda entrada un valor  $\mu$  almacenado en el elemento 67-1, y que representa el paso de incrementado de los coeficientes  $d_i$ . La salida del multiplicador 65-1 que proporciona el producto  $\mu \Delta d_1$  es unida con la entrada (-) del restador 68-1 en cuya entrada (+) se aplica el valor antiguo de  $d_1$ . La salida del restador 68-1 proporciona el nuevo valor de  $d_1$

20 
$$d_1 \text{ nuevo} = d_1 \text{ antiguo} - \mu \Delta d_1$$

que es aplicado en la segunda entrada del multiplicador 52-1. El multiplicador 52-1 efectúa la multiplicación del nuevo valor de  $d_1$  por la señal  $x_{n-1}$  disponible en la toma 52-1. El multiplicador 52-1 efectúa en



tonces el producto  $q_1 x_{n-1}$  que es aplicado en una de las  
entradas del sumador 53. El sumador 53 recibe sobre sus  
otras entradas de manera análoga los productos  $q_2 x_{n-2}$ ,  
 $q_3 x_{n-3}$ ,  $q_4 x_{n-4}$ ,  $q_5 x_{n-5}$ , y proporciona en la salida el  
5 valor estimado  $\hat{x}_n$  definido por la expresión (55). El va  
lor estimado  $\hat{x}_n$  es aplicado por la línea 54 a la entra  
da del elemento de retardo 55 que se aplicará en el ins  
tante de toma de muestras que sigue a la entrada (-) del  
restador 56. El valor  $\hat{x}_n$  será utilizado entonces para la  
10 continuación del proceso de ajuste de los coeficientes.  
Este valor  $\hat{x}_n$  es aplicado por otra parte por la línea 26  
a la entrada (-) del restador 16 (figura 2) para hacer  
mínima la componente aleatoria  $x_n$  por el segundo filtro  
de decisión 8 (figura 2).

15 Se observará que el predictor adaptable funcio  
na exactamente como un igualador transversal clásico,  
exceptuando que el criterio de error es diferente. El  
predictor descrito converge exactamente como un iguala  
dor cuyas tomas son distintas del período de toma de  
20 muestras. Se observará también que dado que el predictor  
se comporta como un filtro de paso bajo, el ruido blanco  
tiene poca influencia sobre la estimación de la fluctua  
ción de fase.

25 La figura 8 representa otra configuración po  
sible del filtro de decisión 8 que incluye un filtro  
predictor adaptable.



La señal  $I_n + x_n$  disponible sobre la línea 7 (figura 2) es aplicada a la entrada (+) de un restador binario 70 cuya entrada (-) recibe un valor estimado de  $x_n$ ,  $\hat{x}_n$ . La señal  $I_n + x_n - \hat{x}_n$  proporcionada por la salida del restador 70 es aplicada a la entrada de un detector-separador 71 que proporciona la señal  $I_n$  representativa de los datos sobre la línea 9 y la componente aleatoria residual  $x_n - \hat{x}_n$  sobre la línea 72. La señal  $x_n - \hat{x}_n$  es aplicada a la entrada de un elemento de retardo elemental 73 que introduce un retardo elemental T de manera tal que se dispone en su salida de la señal  $x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}$ . Esta señal es aplicada por la línea 74 a una primera entrada (\*) de un sumador binario 75 cuya segunda entrada (+) recibe por la línea 76 la señal  $\hat{x}_{n-1}$ . El sumador 75 proporciona así en su salida la señal  $x_{n-1}$  que es aplicada a la entrada de un filtro predictor adaptable 77 que proporciona en su salida la señal  $\hat{x}_n$ . Esta señal  $\hat{x}_n$  es aplicada por la línea 78 a la entrada (-) del restador 70, y por la línea 79 a la entrada de un elemento de retardo elemental 80 que introduce un retardo elemental T. La señal  $\hat{x}_{n-1}$  disponible a la salida del elemento de retardo 80 es aplicada por la línea 76 a la segunda entrada (+) del sumador 75.

Se hará observar que la función y las condiciones de funcionamiento del filtro predictor adaptable



77 son idénticas a las del filtro predictor 19 en la configuración de la figura 2, y que puede utilizarse en calidad de filtro predictor adaptable el filtro predictor de Wiener descrito en la figura 7.

5                   Hasta este momento, se ha descrito un filtro de fase en el cual los dos filtros de decisión 6 y 8 estaban conectados en cascada. Se describirá ahora un filtro de fase de estructura paralela en el caso en que el filtro predictor del segundo filtro de decisión es de  
10                   coeficientes fijos, por lo tanto en el caso en que este último es adaptable.

Caso del filtro predictor con coeficientes fijos.

15                   Con fines de simplicidad y claridad se ha representado en la figura 9a el filtro de fase con estructura de cascada de la figura 2 en el cual el segundo filtro de decisión 8 tiene la configuración ilustrada en la figura 6, y en la figura 9b la estructura paralela correspondiente. Se observará que las referencias numé-  
20                   ricas han sido conservadas para la estructura de la figura 9a, habiendo sido descrita ya esta última.

25                   En la figura 9b, la señal  $y_n$  disponible sobre la línea 5 es aplicada a la entrada (+) de un restador binario 90 cuya salida está unida con la entrada de un detector-separador 91. La primera salida del detector-

5 -separador 91, unida con la línea 9 proporciona la se-  
ñal representativa de los datos  $I_n$ , mientras que la se-  
gunda salida del detector-separador 32 está unida en  
paralelo con los filtros 92 y 93 de funciones de trans-  
ferencia respectivas  $W'(z)$  y  $L'(z)$ . Las salidas de los  
filtros 92 y 93 son sumadas en un sumador binario 94  
cuya salida está unida con la entrada (-) del restador  
90.

10 Se va a mostrar ahora que las estructuras de  
las figuras 9a y 9b son equivalentes, considerando sus  
funciones de transferencia.

15 Como se ha visto más arriba, las funciones de  
transferencia  $G(z)$  y  $H'(z)$  de los filtros de decisión  
6 y 8 de la figura 9a están dadas respectivamente por  
las relaciones (19) y (47)

$$G(z) = \frac{1}{1 + W(z)}, \quad H'(z) = \frac{1}{1 + L(z)}$$

20 La función de transferencia  $S_c(z)$  de la es-  
tructura de cascada de la figura 9a se escribe entonces:

$$S_c(z) = G(z) H'(z)$$

o

25

$$S_c(z) = \frac{1}{1 + W(z)} \cdot \frac{1}{1 + L(z)} \quad (69)$$



- 2 01.1.101

La función de transferencia  $S_p(z)$  de la estructura paralela de la figura 9b se establece directamente a partir del esquema de la figura 9b.

5 
$$S_p(z) = \frac{1}{1 + W'(z) + L'(z)} \quad (70)$$

Para que las estructuras de cascada y paralela sean equivalentes es necesario que:

10 
$$S_c(z) = S_p(z)$$

o

15 
$$(1+W(z)) (1+L(z)) = 1+W'(z) + L'(z) \quad (71)$$

Por ejemplo, se puede escoger  $W'(z) = W(z)$  y deducir el valor de  $L'(z)$  según la relación (71). Se obtiene:

20 
$$L'(z) = L(z) (1+W(z)) \quad (72)$$

Reemplazando  $W(z)$  y  $L(z)$  por sus valores tomados respectivamente de (35) y (52') se obtiene el valor de  $L'(z)$  en el caso del ejemplo 1 precedente.

25 Caso del filtro predictor adaptable

Siempre con fines de simplicidad y de cla-



- 23 SEP 1975

5 ridad, se ha representado en la figura 10a el filtro  
 de fase con estructura de cascada de la figura 2 en  
 el cual el filtro de decisión 8 tiene la configuración  
 adaptable de la figura 8, y en la figura 10b la es-  
 tructura paralela correspondiente. Las referencias nu-  
 méricas de la estructura de cascada han sido conserva-  
 das en la figura 10a, habiendo sido descrita ya esta  
 estructura.

10 En la figura 10b, la señal  $y_n$  disponible en  
 la línea 5 es aplicada a la entrada (+) de un restador  
 binario 95 cuya salida está unida con la entrada de  
 un detector-separador 96.

15 La primera salida del detector-separador 96,  
 unida con la línea 9, proporciona la señal representa-  
 tiva de los datos  $Y_n$ , mientras que la segunda salida  
 del detector-separador 96 es conectada en paralelo  
 con la entrada del filtro 97 de función de transferen-  
 cia  $W(z)$  e idéntico al filtro 12 de la figura 2, y con  
 la entrada de un elemento de retardo elemental 98. La  
 20 salida del filtro 97 está conectada con la primera en-  
 trada (+) de un sumador binario 99 cuya salida está  
 unida con la entrada (-) del restador 95. La salida del  
 elemento de retardo 98 está conectada con la primera  
 entrada (+) de un sumador binario 100 cuya salida está  
 25 conectada con la entrada de un filtro predictor adap-  
 table 101. La salida del filtro 101 está unida con la



segunda entrada (+) del sumador 99 y con la entrada de un elemento de retardo 102 cuya salida está conectada con la segunda entrada (+) del sumador 100.

5 Se observa que el primer bucle que comprende el restador 95, el detector-separador 96 y el filtro 97 es idéntico al primer filtro de decisión 6 ilustrado en la figura 2. Por ser idénticas las condiciones de funcionamiento del primer bucle a las del primer filtro de decisión 6, este primer bucle funciona exactamente como el primer filtro de decisión 6 en la estructura de cascada.

10 El segundo bucle que comprende el restador 95, el detector-separador 96, los elementos de retardo 98 y 102, el sumador 100 y el filtro adaptable 101, es idéntico al segundo filtro de decisión 8 tal como se describe refiriéndose a la figura 8. En la estructura paralela de la figura 10b, la segunda salida del detector-separador 96 proporciona a la vez la componente residual  $f_n$  y la componente aleatoria residual  $x_n - \hat{x}_n$ . No obstante, tal como se ha visto más arriba en la descripción del funcionamiento del primer filtro de decisión 6, la componente residual  $f_n \rightarrow 0$  en régimen permanente. En régimen permanente, la señal aplicada a la entrada del elemento de retardo 98 no está constituida más que por  $x_n - \hat{x}_n$  y por lo tanto las



condiciones de funcionamiento del segundo bucle son idénticas a las del filtro de decisión 8 ilustrado en la figura 8. El segundo bucle funciona así exactamente como el filtro de decisión 8 de la figura 8 y el filtro adaptable 101 puede estar constituido por el filtro predictor adaptable de Wiener ilustrado en la figura 7.

Se va a describir ahora, refiriéndose a la figura 11, un ejemplo de realización numérica de los detectores-separadores utilizados en el invento.

Se ha visto más arriba que la función del detector-separador utilizado en el invento es aislar, a partir de la señal que le es aplicada, el término  $I_n$  representativo de los datos, y las componentes residuales anotadas  $f_n$  en el caso del detector-separador del primer filtro de decisión 6, y  $e_n = x_n - \hat{x}_n$  en el caso del detector-separador del segundo filtro de decisión 8.

Se ha visto por otra parte que  $I_n$  es un número entero positivo (relación (12)).

$$I_n = 0, 1, 2, \dots (Q-1)$$

y que en la ausencia de error de detección, la componente de ruido residual, por ejemplo,  $e_n$ , es un número



fraccionario cuyo valor absoluto está comprendido entre 0 y 1.

Es posible aislar  $I_n$  y  $e_n$  de varias maneras diferentes. Si, por ejemplo, la señal aplicada a la entrada del detector-separador es igual a 2, 6, puede por ejemplo decidirse arbitrariamente que

$$I_n=3 \text{ y } e_n=-0,4 \text{ es decir que } -0,5 \leq e_n < 0,5$$

o

$$I_n=2 \text{ y } e_n=+0,6 \text{ es decir que } 0 \leq e_n < 1$$

La figura 11 describe un ejemplo de detector-separador numérico que emplea la segunda alternativa.

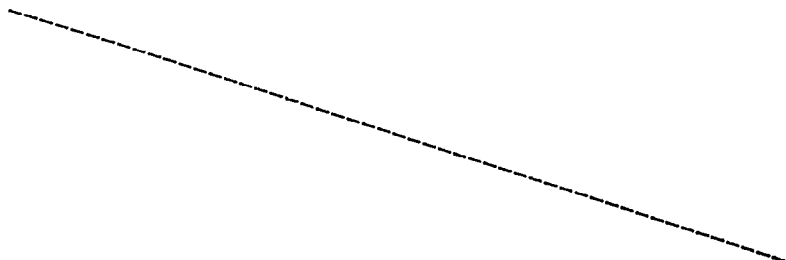
Uno se situará en el caso de un sistema de transmisión de datos numéricos de ocho fases y se supondrá que la señal aplicada a la entrada del detector-separador ilustrado se presenta en la forma de un término binario de ocho bitios. El dispositivo ilustrado comprende un registro con desfase 103 con ocho posiciones de bitio, un circuito de báscula 104, tres puertas y 105, 106 y 107 y una puerta 0 108. El término binario de entrada es aplicado a la entrada del registro de desfase 103. El término binario de entrada es representativo de un número entero  $I_n$ , representativo a su vez de los datos, y de un número fraccionario representativo del ruido. En el caso de un sistema de ocho fases,  $I_n$  puede adoptar uno de los ocho valores  $I_n = 0, 1, 2 \dots, 7$  y puede ser codificado por



tres bitios ( $2^3 = 8$  fases), que son los tres bitios de mayor peso en el término binario de entrada. En el dispositivo ilustrado, la detección de  $I_n$  se obtiene simplemente uniendo la salida del registro con desfase 103 a una primera entrada de la puerta Y 105, y no haciendo conductora a esta puerta Y 105, más que cuando los tres bitios de mayor peso están disponibles a la salida del registro con desfase 103. El gobierno de la puerta Y 105 se obtiene aplicando una señal de mando de transferencia apropiado Tr 2 en la segunda entrada de la puerta Y 105 por la línea 109. La salida de la puerta Y 105 es unida con la línea 9 (figura 2) sobre la cual está disponible  $I_n$ . La parte fraccionaria del término binario de entrada que es representativa del ruido se obtiene igualmente uniendo la salida del registro con desfase 103 a una primera entrada de la puerta Y 106 y haciendo a ésta conductora cuando los cinco bitios de menor peso están disponibles en la salida del registro con desfase 103. El gobierno de la puerta Y 106 se obtiene aplicando una señal de mando de transferencia apropiada Tr 1 en la segunda entrada de la puerta Y 106 por la línea 110. Los cinco bitios de menor peso transmitidos por la puerta Y 106 son aplicados a la línea 14 a través de la puerta O 108. No obstante, por ser estos cinco bitios los cinco bitios de menor peso, de un término binario de ocho



bitios, es necesario convertir estos cinco bitios en un término binario de ocho bitios. En el dispositivo ilustrado la conversión de cinco bitios/ocho bitios se realiza simplemente repitiendo tres veces el último de los cinco bitios. Para esto está prevista una toma en la quinta posición de bitio del registro con desfase 103 y esta toma es unida con la entrada del circuito de báscula 106, que lee el bitio que se encuentra en esta posición de bitio cuando el término binario de entrada está en el registro con desfase 103. Esta lectura es gobernada por la señal de cronología Tr 3 aplicada en este circuito de báscula por la línea 111. El estado binario adoptado por el circuito de báscula 104 es transmitido a través de la puerta Y 107 y la puerta O 108 durante tres tiempos de bitio a continuación de los cinco primeros bitios, extraídos del registro con desfase 103. El gobierno de la puerta Y 107 se obtiene aplicando una señal de mando de transferencia apropiada Tr 2 sobre la segunda entrada de la puerta Y 107 por la línea 112.



APENDICE

(Las notaciones de este apéndice son in  
dependientes de las de la memoria des-  
criptiva).

5

Forma de un predictor lineal óptimo  $P(z)$  para un proceso aleatorio discreto, estacionario en el sentido ancho  $x_n$  con una densidad espectral de la potencia  $R_x(z)$ .

10

Definiciones:

Sean  $\{x_n\}$  y  $\{y_n\}$  dos sucesiones discretas de procesos aleatorios estacionarios en el sentido ancho.

Se tiene

15 
$$r_x(k) = \overline{x_n x_{n+k}} \quad R_x(z) = R_x(z^{-1}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_x(k) z^{-k}$$

$$r_{xw}(k) = r_{wx}(-k) = \overline{x_n w_{n+k}} \quad R_{xw}(z) = R_{wx}(z^{-1}) =$$

20 
$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xw}(k) z^{-k}$$

en donde  $r_x$  y  $r_{xw}$  son respectivamente las funciones de autocorrelación y de intercorrelación, y sus transformadas en  $Z$   $R_x$  y  $R_{xw}$  son respectivamente la densidad espectral de la potencia y la densidad espectral de la potencia mútua.

25



Si  $\{x_n\}$  es aplicado a la entrada de un filtro lineal de respuesta impulsional  $\{b_n\}$  y de función de transferencia

$$B(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^{-k}$$

para proporcionar

$$Y_n = \sum_{k=0}^{\infty} b_k x_{n-k}$$

se puede mostrar que

$$R_y(z) = B(z) B(z^{-1}) R_x(z) \quad (73)$$

$$r_{xy}(k) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n r_x(k-n) \quad (74)$$

$$R_{xy}(z) = B(z) R_x(z) \quad (75)$$

Predicción óptima:

Se supone que  $\{x_n\}$  tiene una densidad espectral de la potencia racional  $R_x(z)$  que puede ponerse en la forma

$$R_x(z) = \frac{1}{B(z) B(z^{-1})} \quad (76)$$



en donde

$$B(z) = \frac{D(z^{-1})}{N(z^{-1})} \quad (77)$$

5 y  $N(z)$  y  $D(z)$  son polinomios en  $z$  todos cuyos ceros son exteriores al círculo unidad. La puesta en factor espectral es posible para cualquier espectro racional de potencia finita.

10 Es cómodo considerar el predictor óptimo  $P(z)$  como dos filtros lineales conectados en cascada de funciones de transferencia  $B(z)$  y  $G(z)$  y de respuestas impulsionales correspondientes  $\{b_n\}$  y  $\{g_n\}$ .  $B(z)$  es un filtro cuya función es producir una salida  $\{w_n\}$  con un espectro plano. Según (73) se tiene:

15

$$R_w(z) = B(z) B(z^{-1}) R_x(z) = 1 \quad (78a)$$

$$r_w(k) = \delta(k) \quad (78b)$$

20  $G(z)$  debe ser determinado para que  $y_n$  se asemeje lo más posible a  $x_{n+p}$ , en donde  $p$  representa el intervalo de predicción.

Si se pone  $e_n = y_n - x_{n+p}$ , se debe determinar  $G(z)$  que hace mínimo a:

25



$$\overline{e_n^2} = \overline{y_n^2} - 2 \overline{y_n x_{n+p}} + \overline{x_{n+p}^2}$$

Utilizando

5

$$Y_n = \sum_{k=0}^{\infty} g_k w_{n-k}$$

se obtiene:

10

$$\frac{\partial \overline{e_n^2}}{\partial g_k} = 2r_{wy}(k) - 2r_{wx}(k+p) = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (79)$$

15

No obstante de (74) y (78b)

$$r_{wy}(k) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n r_w(k-n) = g_k \quad (80)$$

20

Sustituyendo (80) en (79) y tomando las trans  
formadas en Z

25

$$G(z) = \left[ z^p R_{wx}(z) \right]_c \quad (81)$$



en donde  $\left[ \right]_c$  significa que en la suma que define  $z^D R_{WX}(z)$ , solo se han retenido los valores no negativos del índice k.

5 Considerando el caso en que  $p = 1$ , y utilizando (75), (76) y (77), se obtiene

$$G(z) = \left[ z R_{XW}(z^{-1}) \right]_c = \left[ z B(z^{-1}) R_X(z) \right]_c =$$

$$10 \left[ z \frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})} \right]_c \quad (82)$$

No obstante  $z N(z^{-1})/D(z^{-1})$  puede ponerse en la forma:

$$15 \quad z \frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})} = az + \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^{-k} \quad a = \frac{N(0)}{D(0)}$$

de manera tal que el término  $az$  debe ser eliminado para obtener  $G(z)$ .

20 De donde se obtiene

$$G(z) = z \frac{N(z^{-1})}{D(z^{-1})} - az$$

25 y



$$P(z) = B(z) G(z) = z \left[ 1 - \frac{aD(z^{-1})}{N(z^{-1})} \right]$$

5 Aunque en lo que antecede se hayan descrito  
y representado en los dibujos las características esen-  
ciales del invento aplicadas a un modo de realización  
preferido del mismo, es evidente que un técnico en la  
materia puede aportar en ello cualesquiera modificacio-  
10 nes de forma o de detalle que juzgue útiles, sin salir  
se no obstante del marco de dicho invento.

La presente solicitud, que corresponde a la  
presentada en Francia, el 30 de Agosto de 1974, bajo el  
Nº 74 30001, se acoge a los beneficios del Artículo 51  
15 del vigente Estatuto sobre Propiedad Industrial.

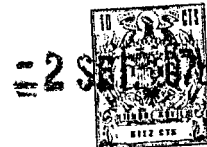
20

#### REIVINDICACIONES

25

Los puntos de invención propia y nueva, que se

21.8.75



presentan para que sean objeto de esta solicitud de Patente de Invención en España, por VEINTE años, son los que se recogen en las reivindicaciones siguientes:

5

1ª.- Filtro de fase perfeccionado para reducir los efectos de las componentes de ruido que afectan al valor de la fase de la señal recibida en un sistema de transmisión de datos numéricos en el cual la fase de las señales emitidas puede adoptar Q valores discretos distintos representativos de los datos, en los instantes de toma de muestras, caracterizado porque comprende: medios de entrada adaptados para recibir el valor de la fase de la señal recibida en los instantes de toma de muestras, y un primer filtro de decisión de función de transferencia:

10

15

$$G(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{(1-\alpha z^{-1})^2} \quad \text{con } 0 < \alpha < 1$$

20

para proporcionar en su salida una señal representativa de los datos.

25

2ª.- Filtro de fase según la reivindicación 1ª, caracterizado porque dicho primer filtro de decisión comprende: un primer restador del cual una primera entrada está unida con dichos medios de entrada para recibir el valor de la fase de la señal recibida, y una se-

21.8.75


  
- 2 SEP 1975

gunda entrada recibe una primera señal de error; un primer detector-separador unido con la salida de dicho primer restador para separar las partes entera y fraccionaria de la señal proporcionada por dicho primer restador, correspondiendo respectivamente dichas partes entera y fraccionaria a dicha señal representativa de los datos y a una componente residual de ruido, y siendo proporcionada respectivamente a una primera y a una segunda salidas de dicho primer detector-separador; y un primer filtro lineal de función de transferencia:

$$W(z) = \frac{2(1-\alpha)z^{-1} + (\alpha^2-1)z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}$$

del cual la entrada está conectada con dicha segunda salida de dicho primer detector-separador, y la salida es unida con dicha segunda entrada de dicho primer restador para generar dicha primera señal de error a partir de dicha componente residual de ruido.

3ª.- Filtro de fase según la reivindicación 2ª, caracterizado porque comprende un segundo filtro de decisión conectado en cascada con la salida de dicho primer restador de dicho primer filtro de decisión, y cuya función de transferencia tiene la forma


25  
  
21.8.75



$$H(z) = a \frac{D(z^{-1})}{N(z^{-1})} \quad \text{con } a = \frac{N(0)}{D(0)}$$

5 en donde  $N(z)$  y  $D(z)$  son polinomios en  $Z$  todos cuyos  
ceros son exteriores al círculo unidad, siendo tomada  
la señal representativa de los datos a la salida de es  
te segundo filtro de decisión.

10 4a.- Filtro de fase según la reivindicación  
3a, caracterizado porque dicho segundo filtro de deci-  
sión comprende: un segundo restador que tiene dos entra-  
das, estando unida la primera entrada con la salida de  
dicho primer restador del primer filtro de decisión, y  
recibiendo la segunda entrada una segunda señal de error  
15  $\hat{x}_n$ ; un segundo detector-separador unido con la salida de  
dicho segundo restador para proporcionar la parte ente-  
ra  $I_n$  de la señal proporcionada por dicho segundo res-  
tador, correspondiendo la parte entera  $I_n$  a la señal re-  
presentativa de los datos; un primer elemento de retar-  
do que introduce un retardo elemental  $T$  igual al perio-  
do de los instantes de toma de muestras, conectado con  
20 la salida de dicho segundo detector-separador; un segun-  
do elemento de retardo idéntico a dicho primer elemento  
de retardo, conectado con la salida de dicho primer res-  
tador de dicho primer filtro de decisión; un tercer res-  
tador que tiene dos entradas unidas respectivamente con  
25

  
21.8.75



las salidas de dichos primer y segundo elementos de re-  
tardo; y un filtro predictor lineal de función de trans-  
ferencia

5

$$P(z) = z \frac{[N(z^{-1}) - a D(z^{-1})]}{N(z^{-1})}$$

del cual la entrada está conectada con la salida de di-  
cho tercer restador, y la salida está unida con dicha  
10 segunda entrada de dicho segundo restador, para generar  
a partir de las señales proporcionadas por dicho tercer  
restador dicha segunda señal de error  $\hat{x}_n$ .

5<sup>a</sup>.- Filtro de fase según la reivindicación 3<sup>a</sup>,  
15 caracterizado porque dicho segundo filtro de decisión  
comprende: un segundo restador que tiene dos entradas,  
estando unida su primera entrada con la salida de dicho  
primer restador de dicho primer filtro de decisión, y  
recibiendo su segunda entrada una segunda señal de error;  
20 un segundo detector-separador unido con la salida de di-  
cho segundo restador para separar las partes entera y  
fraccionaria de la señal proporcionada por dicho segun-  
do restador, correspondiendo respectivamente dichas par-  
tes entera y fraccionaria a dicha señal representativa  
de los datos y a una componente aleatoria residual, y  
25 siendo proporcionadas respectivamente a una primera y a

21.8.75



una segunda salida de dicho segundo detector-separador; y un segundo filtro lineal de función de transferencia

5

$$L(z) = \frac{N(z^{-1}) - a D(z^{-1})}{a D(z^{-1})}$$

del cual la entrada está conectada con dicha segunda salida de dicho segundo detector-separador y la salida está conectada con dicha segunda entrada de dicho segundo restador para generar dicha segunda señal de error  $\hat{x}_n$  a partir de las componentes aleatorias residuales proporcionadas por dicho segundo detector-separador.

6a.- Filtro de fase según la reivindicación 2a, caracterizado porque comprende un segundo filtro de decisión el cual a su vez comprende: un segundo restador que tiene dos entradas, estando unida su primera entrada con la salida de dicho primer restador de dicho primer filtro de decisión, y su segunda entrada que recibe una segunda señal de error  $\hat{x}_n$ ; un segundo detector-separador unido con la salida de dicho segundo restador para proporcionar la parte entera  $I_n$  de la señal proporcionada por dicho segundo restador, siendo tomada la parte entera  $I_n$  como señal representativa de los datos; un primer elemento de retardo que introduce un re

25


A large, stylized handwritten signature in black ink, slanted upwards to the right.

21.8.75



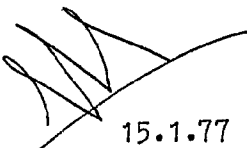
tardo elemental T igual al período de los instantes de  
toma de muestras, conectado con la salida de dicho se-  
gundo detector-separador; un segundo elemento de retar  
do idéntico al primer elemento de retardo, conectado  
5 con la salida de dicho primer restador de dicho primer  
filtro de decisión; un tercer restador que tiene dos en-  
tradadas unidas respectivamente con las salidas de dichos  
primero y segundo elementos de retardo; y un filtro pre-  
dictor adaptable del cual la entrada está conectada con  
10 la salida de dicho tercer restador y la salida está co-  
nectada con dicha segunda entrada de dicho segundo res-  
tador para generar dicha segunda señal de error  $\hat{x}_n^A$  a  
partir de las señales proporcionadas por dicho tercer  
restador.

15 7<sup>a</sup>.- Filtro de fase según la reivindicación  
2<sup>a</sup>, caracterizado porque comprende un segundo filtro de  
decisión el cual a su vez comprende: un segundo resta-  
dor del cual una primera entrada está unida con la sa-  
lida de dicho primer restador de dicho primer filtro de  
20 decisión, y una segunda entrada recibe una segunda se-  
ñal de error  $\hat{x}_n$ ; un segundo detector-separador unido  
con la salida de dicho segundo restador para separar las  
partes entera y fraccionaria de la señal proporcionada  
por dicho segundo restador, siendo proporcionadas res-  
pectivamente dichas partes entera y fraccionaria a una  
25

  
21.8.75

primera y a una segunda salidas, y siendo tomada dicha parte entera como señal representativa de los datos; un primer elemento de retardo que introduce un retardo elemental  $T$  igual al período de los instantes  
5 de toma de muestras, conectado con dicha segunda salida de dicho segundo detector-separador; un sumador de dos entradas, estando unida una primera entrada con la salida de dicho primer elemento de retardo; un filtro predictor adaptable del cual la entrada está conectada  
10 con la salida de dicho sumador, y la salida está unida con dicha segunda entrada de dicho segundo restador para generar dicha segunda señal de error  $\hat{x}_n$  a partir de las señales proporcionadas por dicho sumador; y un segundo elemento de retardo idéntico a dicho primer elemento de retardo del cual la entrada está conectada con  
15 la salida de dicho filtro predictor adaptable, y la salida está conectada con la segunda entrada de dicho sumador.

8ª.- Filtro de fase según la reivindicación  
20 1ª, caracterizado porque comprende: un restador del cual una primera entrada está conectada con dichos medios de entrada, y una segunda entrada recibe una señal de error; un detector-separador unido con la salida de dicho restador para separar las partes entera y fraccionaria de  
25 la señal proporcionada por dicho restador correspondien



15.1.77

do respectivamente dichas partes entera y fraccionaria a una señal representativa de los datos y a una componente residual de ruido y siendo proporcionadas respectivamente a una primera y a una segunda salidas de dicho detector-separador; un primer filtro lineal de función de transferencia  $W'(z)$  unido con dicha segunda salida de dicho detector-separador; un segundo filtro lineal de función de transferencia  $L'(z)$  unido con dicha segunda salida de dicho detector-separador, estando ligadas las funciones de transferencia  $W'(z)$  y  $L'(z)$  por la relación,

$$1+W'(z) + L'(z) = \left[ 1 + \frac{2(1-\alpha)z^{-1} + (\alpha^2-1)z^{-2}}{(1-z^{-1})^2} \right]$$

$$\left[ 1 + \frac{N(z^{-1}) - \alpha D(z^{-1})}{\alpha D(z^{-1})} \right]$$

en donde  $0 < \alpha < 1$ ;  $a = \frac{N(0)}{D(0)}$  ;

y  $N(z)$  y  $D(z)$  son polinomios en  $Z$  todos cuyos ceros son exteriores al círculo unidad; y un sumador del cual las dos entradas están unidas respectivamente con las salidas de dichos primero y segundo filtros lineales, y cuya salida, unida con dicha segunda entrada del restador, pro

porciona dicha señal de error.

5 9ª.- Filtro de fase según la reivindicación 1ª, caracterizado porque comprende: un restador del cual una primera entrada está unida con dichos medios de entrada, y una segunda entrada recibe una señal de error; un detector-separador unido con la salida de dicho restador, para separar las partes entera y fraccionaria de la señal proporcionada por dicho restador de dichas partes entera y fraccionaria que corresponde respectivamente a una señal representativa de los datos y a una componente residual de ruido que comprende una componente aleatoria residual  $\hat{x}_n$  y siendo proporcionadas respectivamente a una primera y a una segunda salidas de dicho detector-separador; un primer filtro lineal de función de transferencia

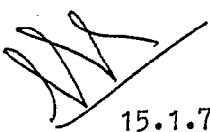
15

$$W(z) = \frac{2(1-\alpha)z^{-1} + (\alpha^2-1)z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}$$

20

con  $0 < \alpha < 1$ ; unido con dicha segunda salida de dicho detector-separador; un primer elemento de retardo que introduce un retardo elemental T igual al período de los instantes de toma de muestras, conectado con dicha segunda salida de dicho detector-separador; un primer sumador de dos entradas del cual una primera entrada está unida con la salida de dicho primer elemento de retardo;

25

  
15.1.77

un filtro predictor adaptable cuya entrada está conectada con la salida de dicho primer sumador para generar dicha componente aleatoria residual  $\hat{x}_n$  a partir de las señales proporcionadas por dicho primer sumador; un segundo elemento de retardo idéntico a dicho primer elemento de retardo cuya entrada está conectada con la salida de dicho filtro predictor adaptable y cuya salida está unida con la segunda entrada de dicho primer sumador; y un segundo sumador cuyas dos entradas están unidas respectivamente con las salidas de dicho primer filtro lineal y con dicho filtro predictor adaptable, y cuya salida está unida con dicha segunda entrada de dicho restador.

10<sup>a</sup>.- Filtro de fase según una cualquiera de las reivindicaciones 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> y 9<sup>a</sup>, caracterizado porque dicho filtro predictor adaptable es un filtro predictor adaptable de Wiener de orden  $p$  para generar dicha segunda señal de error  $\hat{x}_n$  a partir de las  $p$  señales precedentes  $x_{n-1}$ ,  $x_{n-2}$ , ...,  $x_{n-p}$  aplicadas a la entrada del filtro predictor adaptable de Wiener según la relación

$$\hat{x}_n = d_p x_{n-p} + d_{p-1} x_{n-p+1} + \dots + d_1 x_{n-1}$$

estando ajustados los coeficientes  $d_i$ ,  $i=1, 2, \dots, p$ , para hacer mínimo el error

$$E_{n-1} = \sum_{q=6}^{n-1} (x_q - \hat{x}_q)^2$$

5                    11ª.- Filtro de fase según una cualquiera de las reivindicaciones precedentes, caracterizado porque comprende un multiplicador para multiplicar el valor de la fase de la señal recibida por un coeficiente  $Q/2\pi$ .

10                    12ª.- Filtro de fase según la reivindicación 11ª, caracterizado porque dicho primer filtro lineal es un filtro numérico que proporciona una señal de módulo Q.

15                    13ª.- Filtro de fase según una cualquiera de las reivindicaciones precedentes, caracterizado porque  $\alpha = 0, 9$ .

14ª.- Filtro de fase perfeccionado.

Tal y como se ha descrito en la Memoria que antecede, representado en los dibujos que se acompañan y para los fines que se han especificado.

20                    Esta Memoria consta de ochenta y cuatro hojas

25



15.1.77

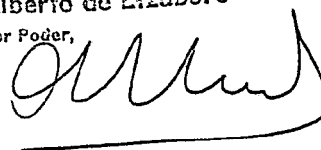
escritas a máquina por una sola cara.

Madrid, 20.ENE.1977

P.A.

5

Alberto de Elzaburu  
Por Poder,

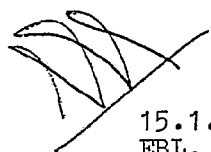


10

15

20

25



15.1.77  
EBL. -



=2

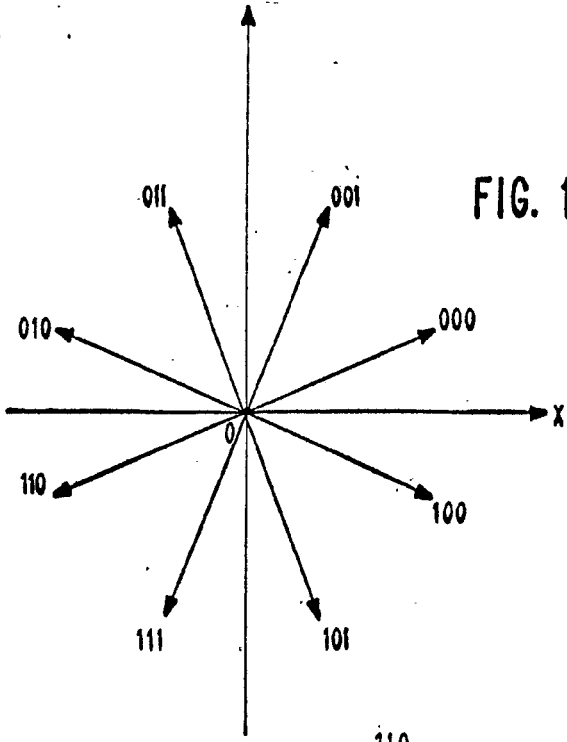


FIG. 1a

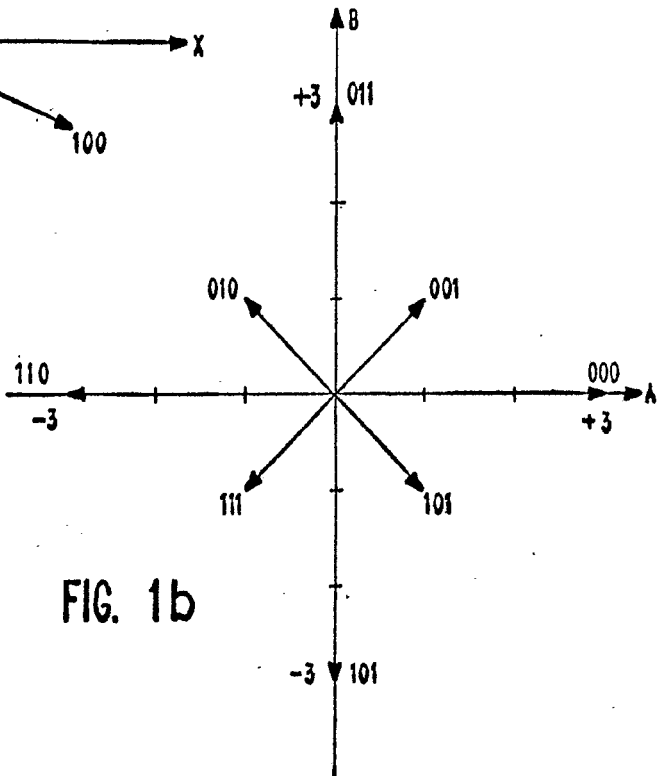


FIG. 1b

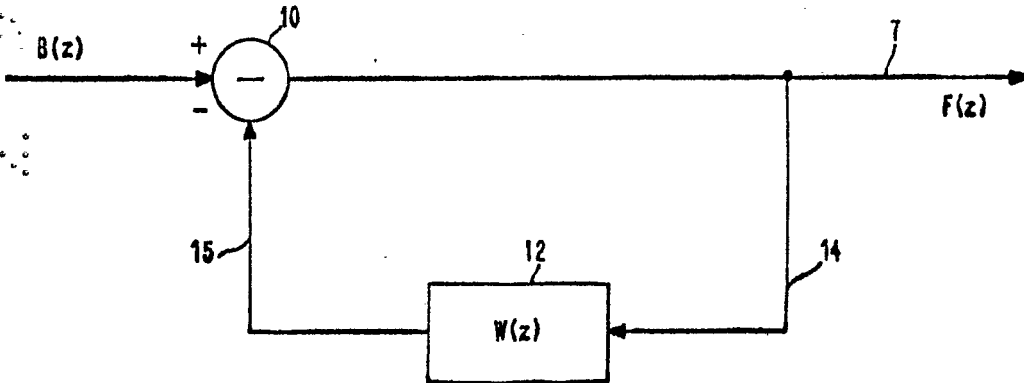


FIG. 3

Alberto de M...  
The Pod...

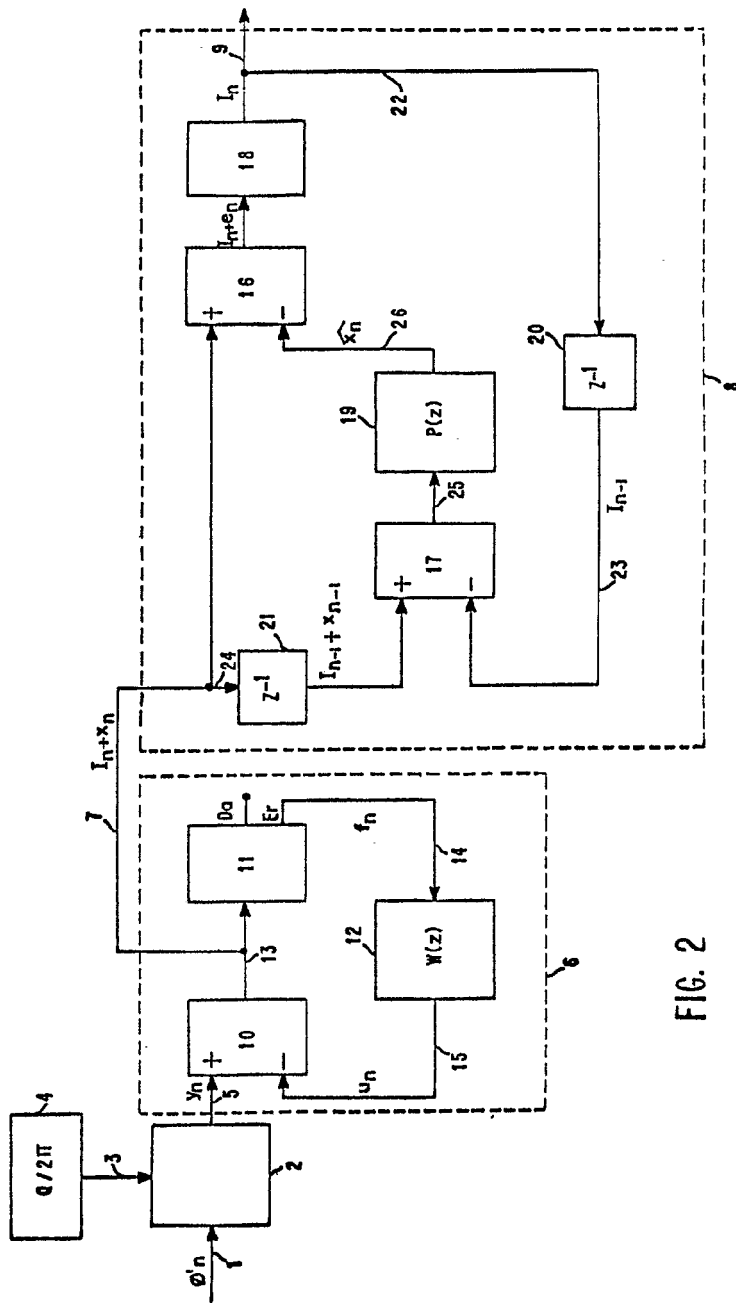
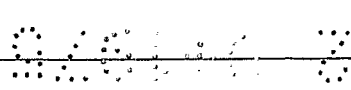


FIG. 2

Alberto Elizaburo  
 For Patent



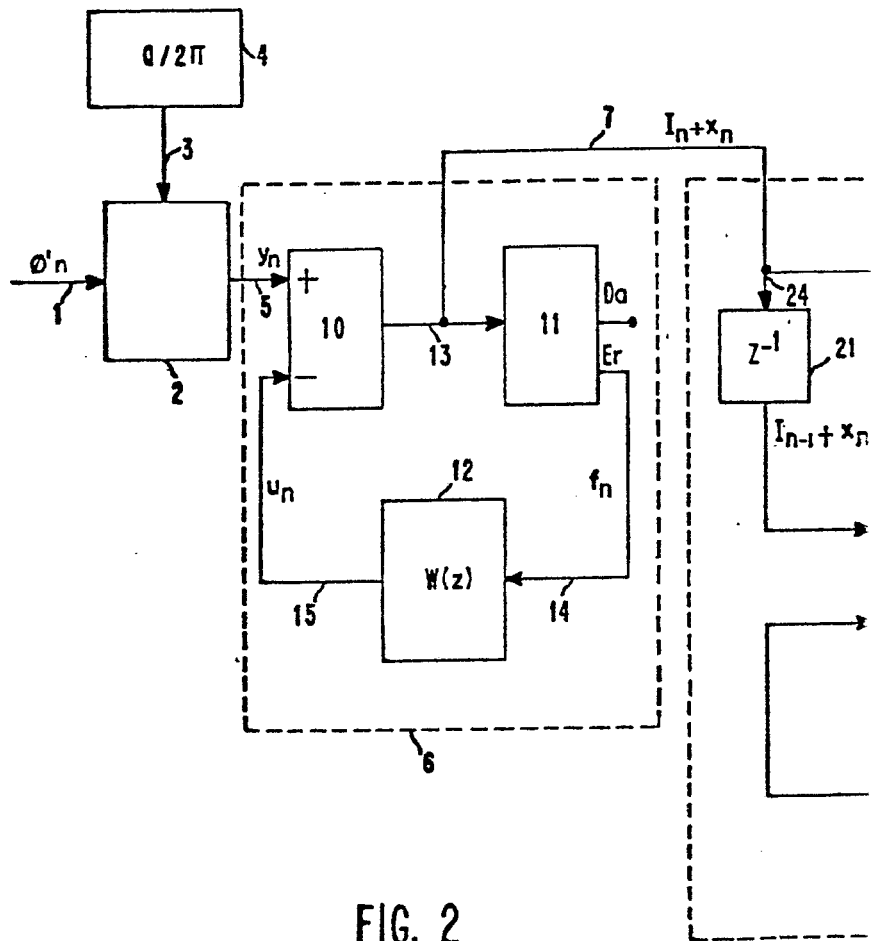
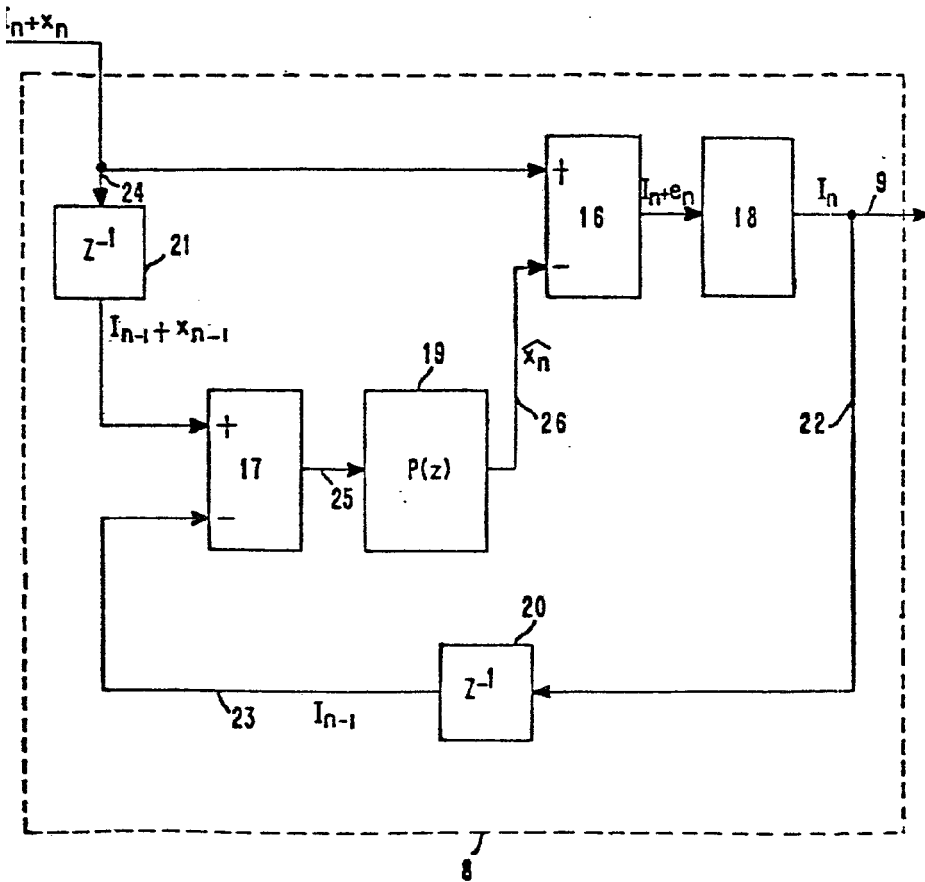


FIG. 2



Alberto de Elizaburu  
Por Poder.

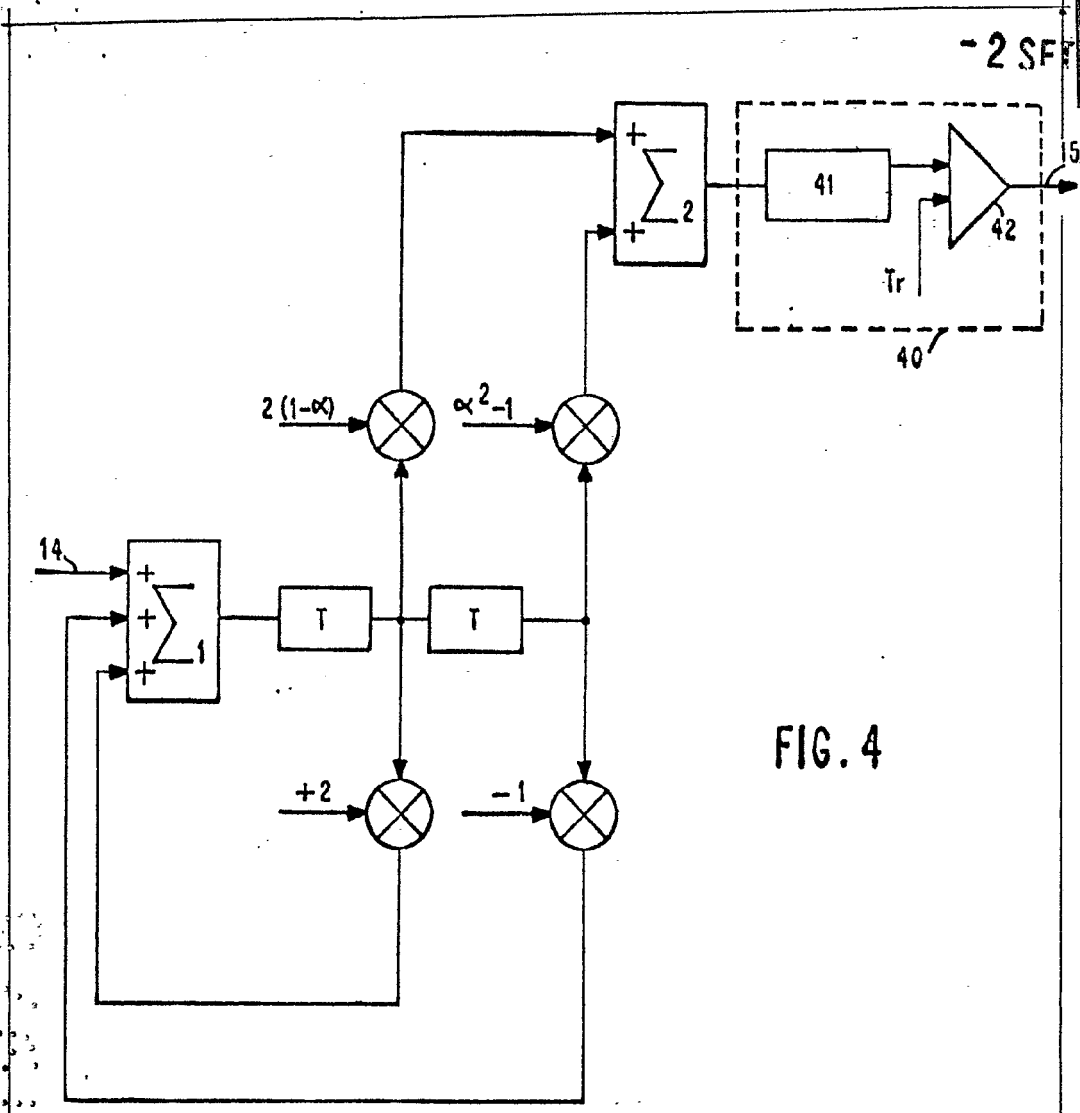


FIG. 4

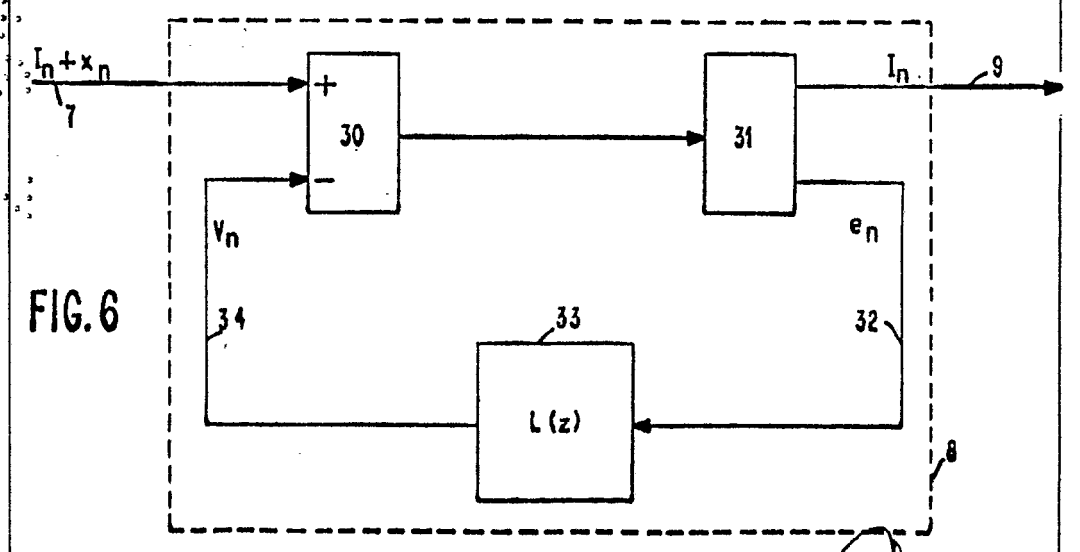


FIG. 6

Albert G. ...  
For Patent

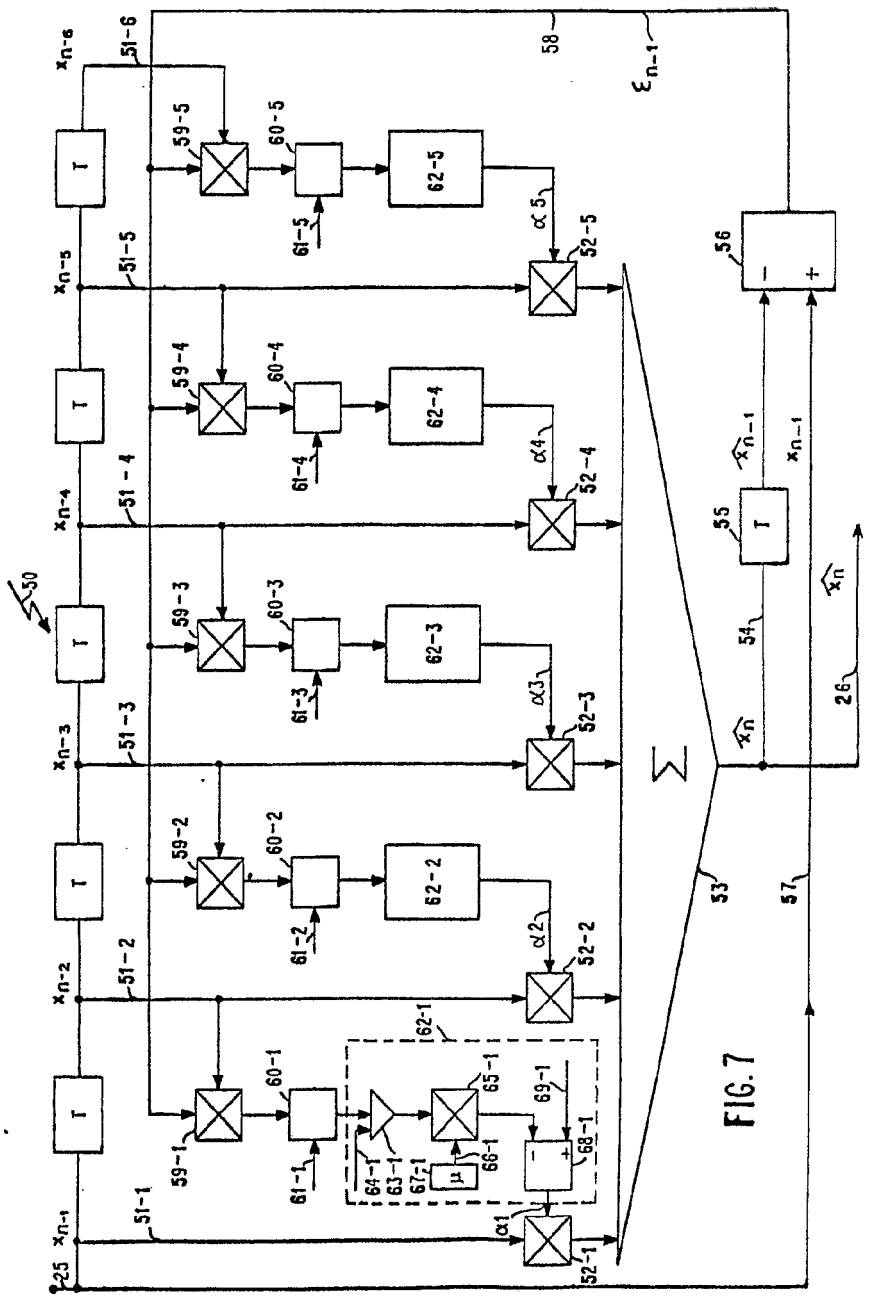
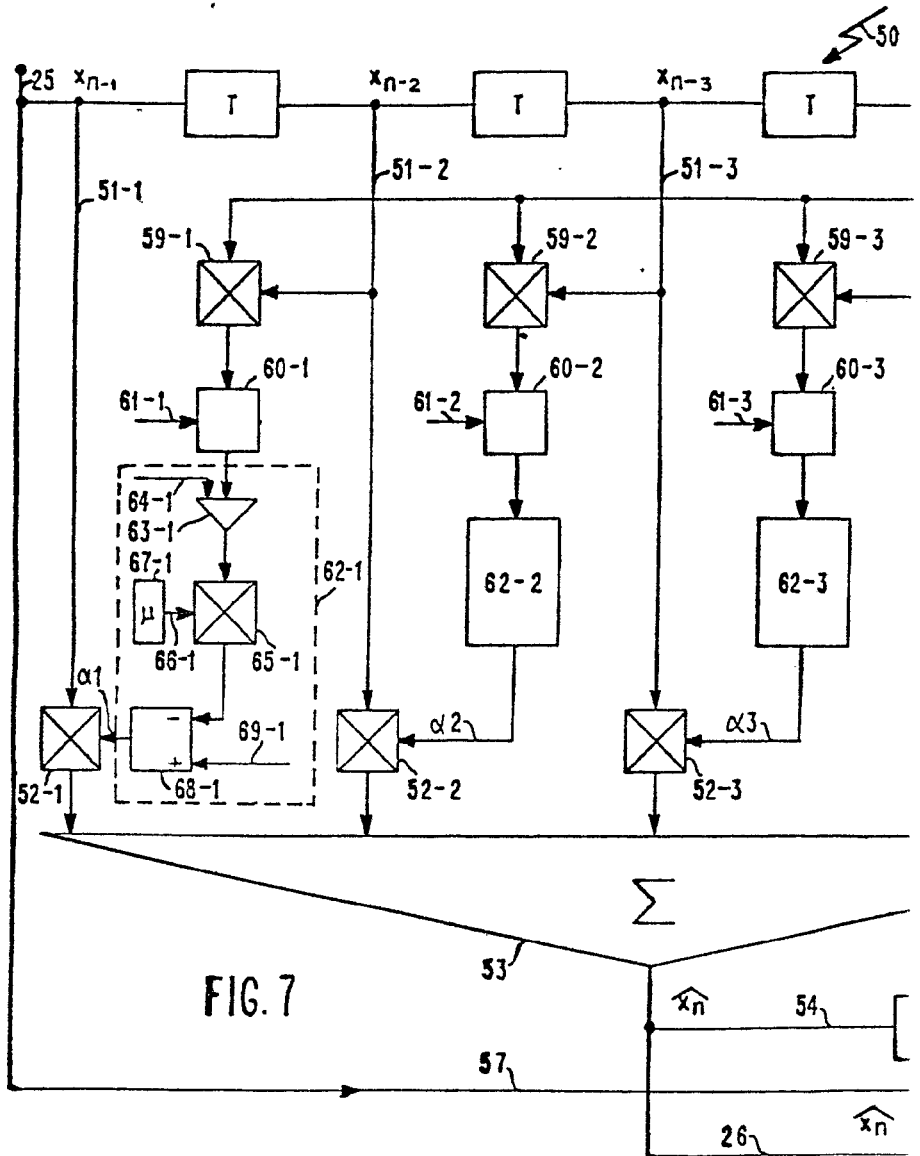
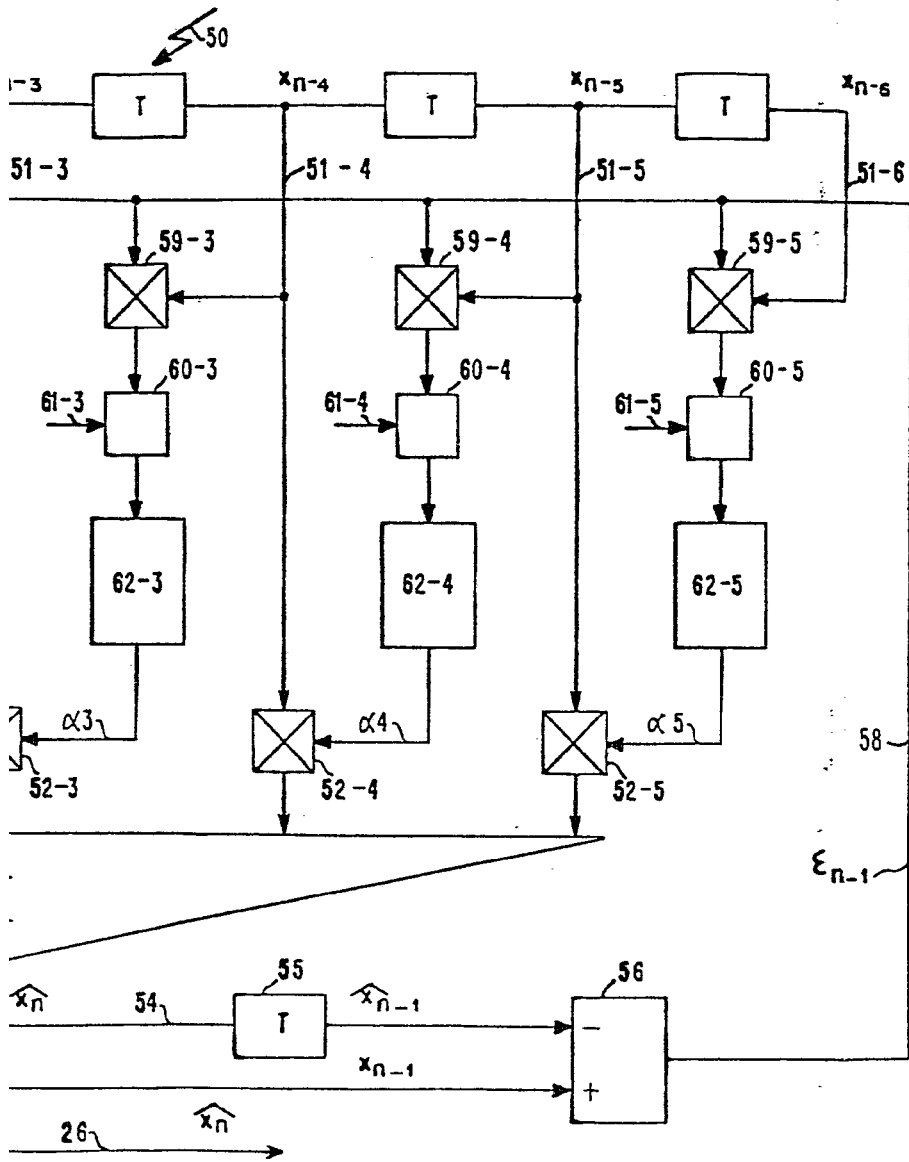


FIG. 7

Albert S. ...  
 For Product ...





Alberto de Eleaburu  
Por Poder.

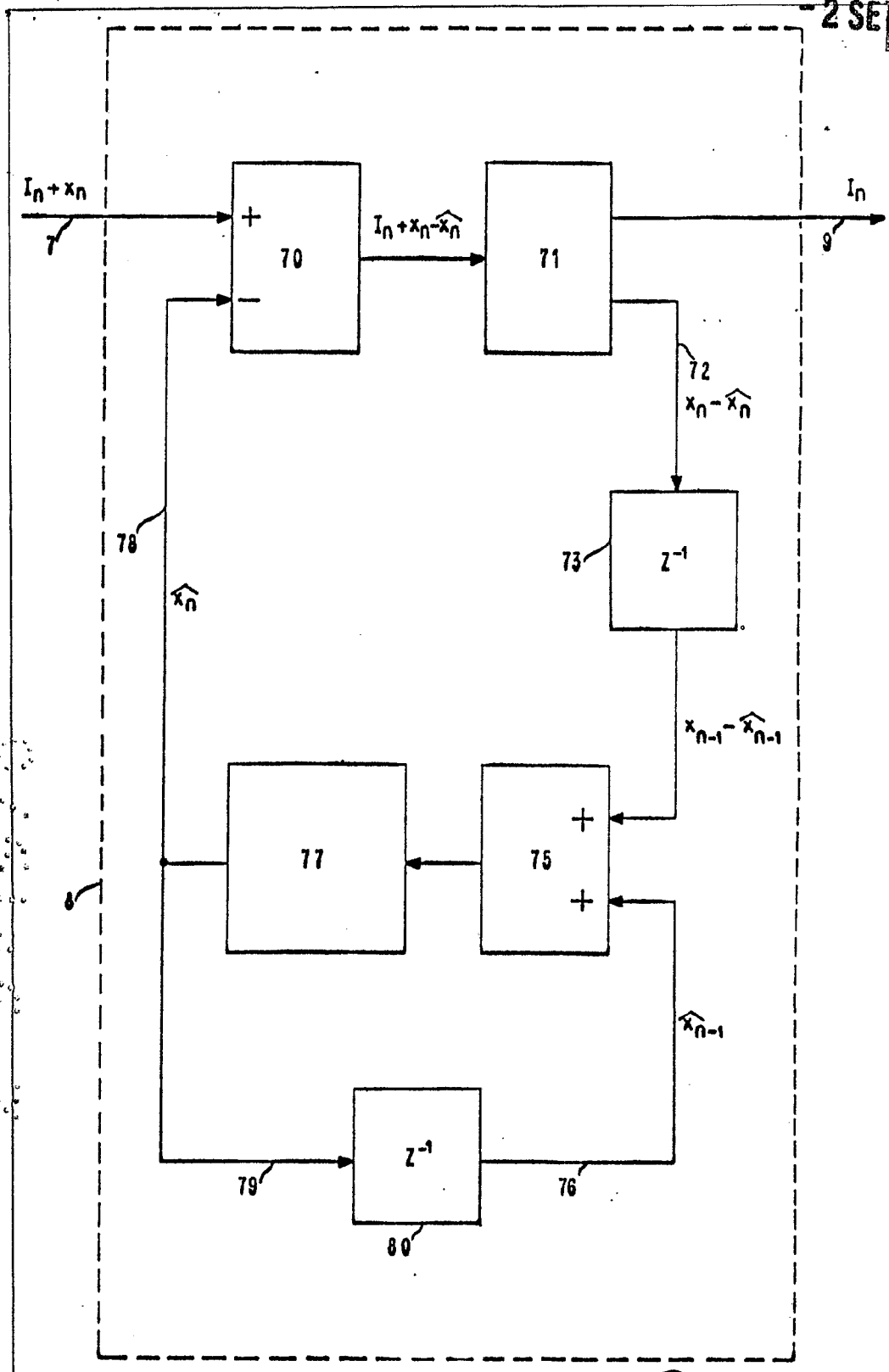


FIG. 8

Alberto de Mendonça  
Por Poder

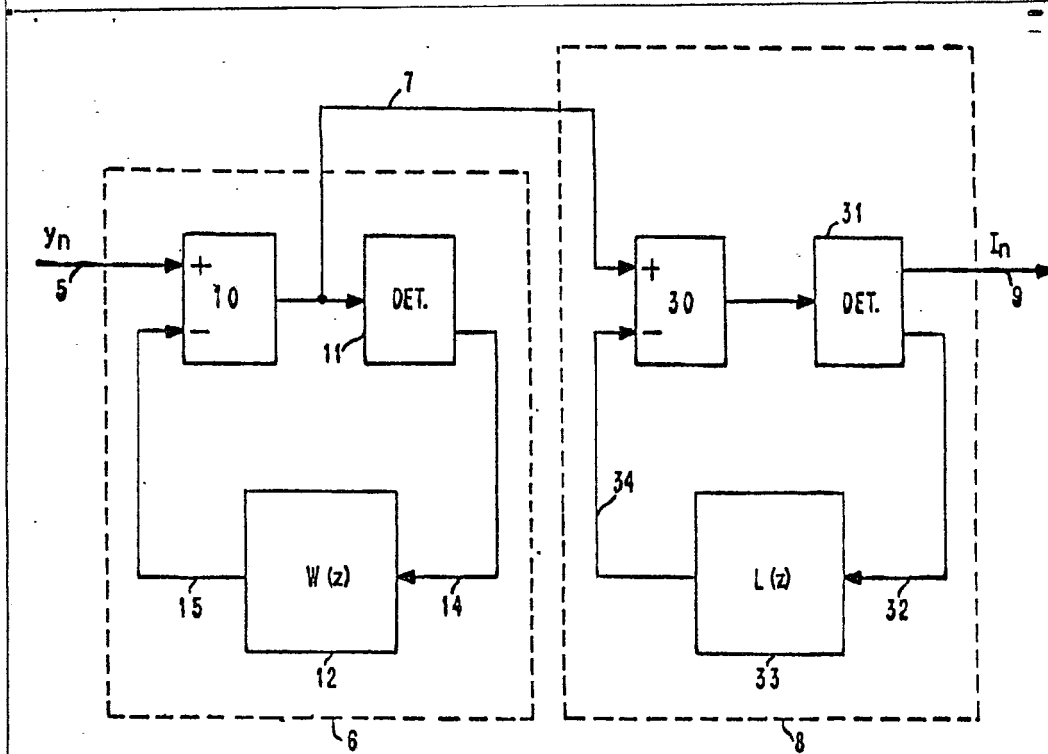


FIG. 9a

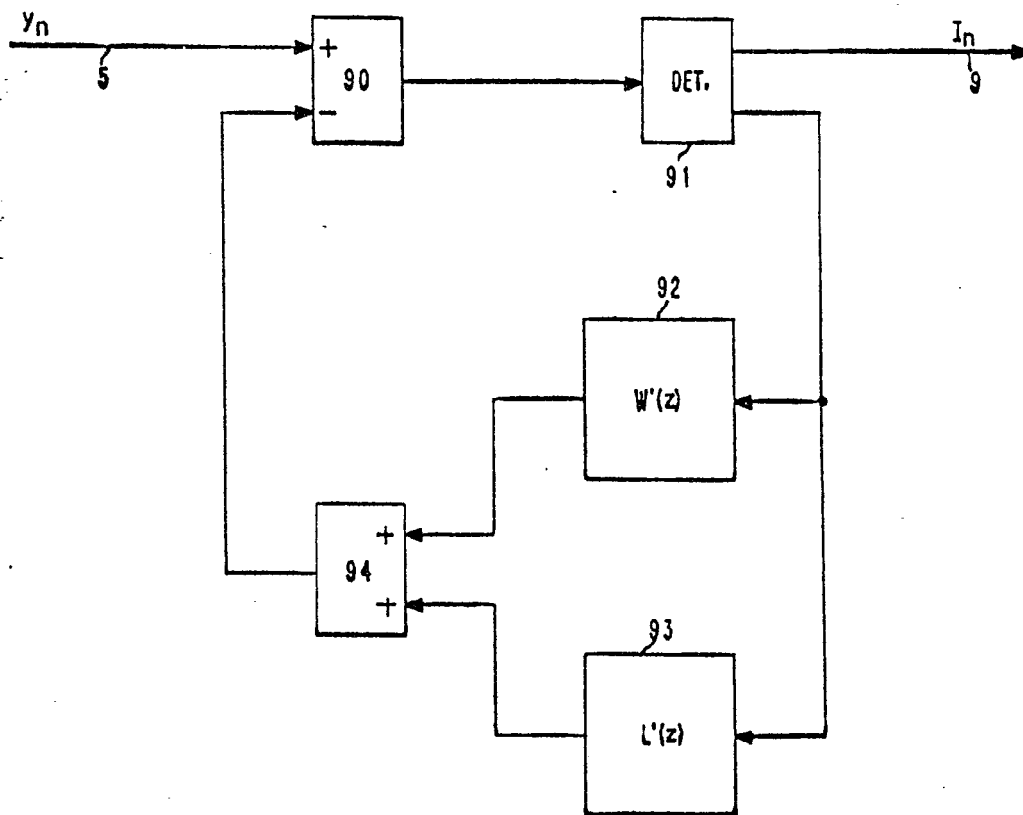


FIG. 9b

Alberto de El...  
Por Poder...

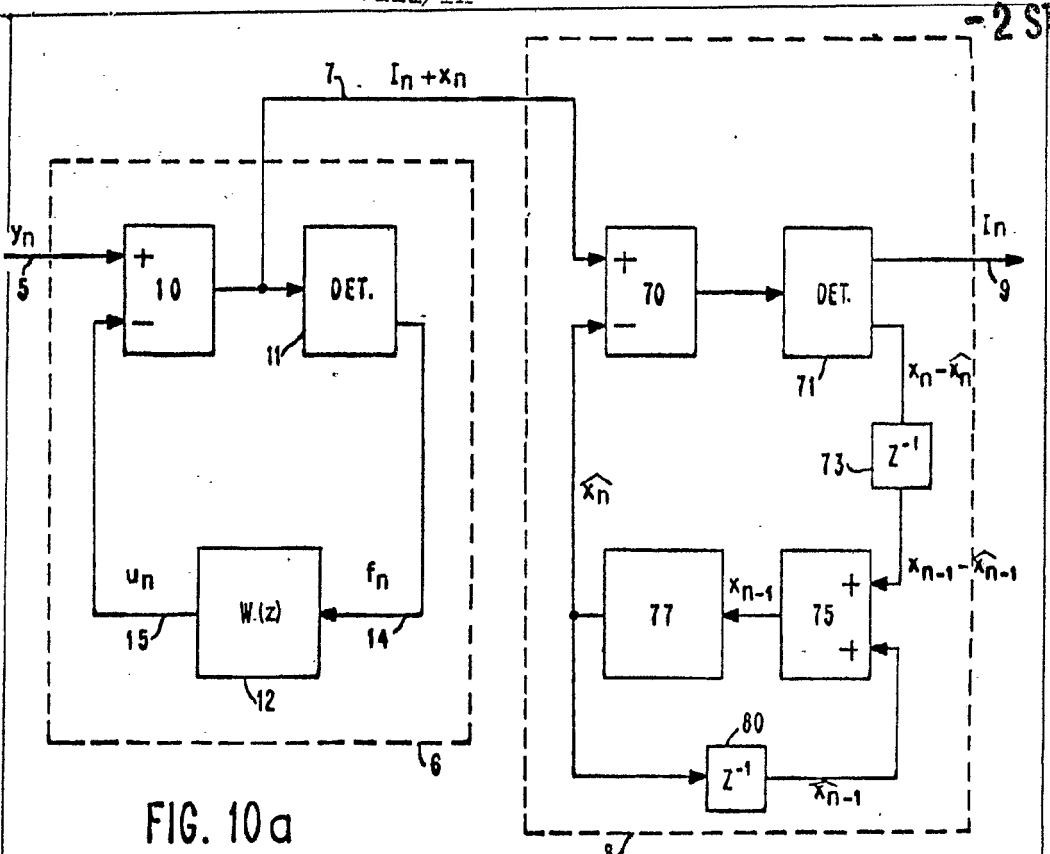


FIG. 10a

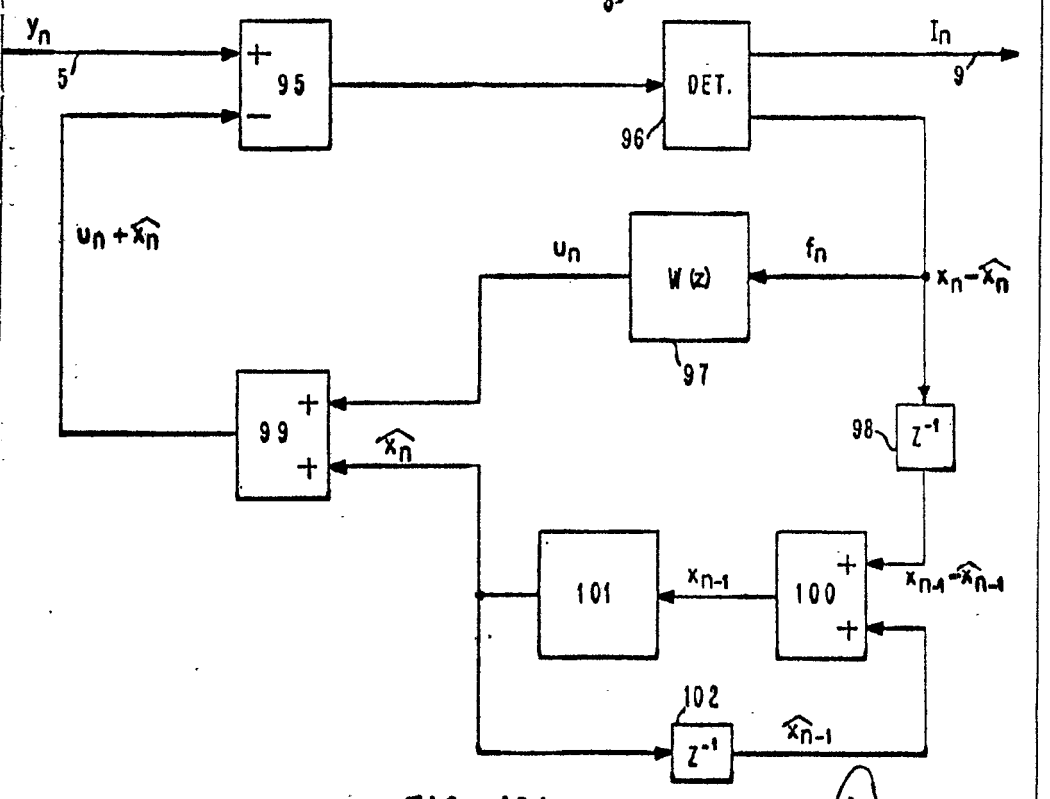


FIG. 10b

Albert...  
Por Podzi...

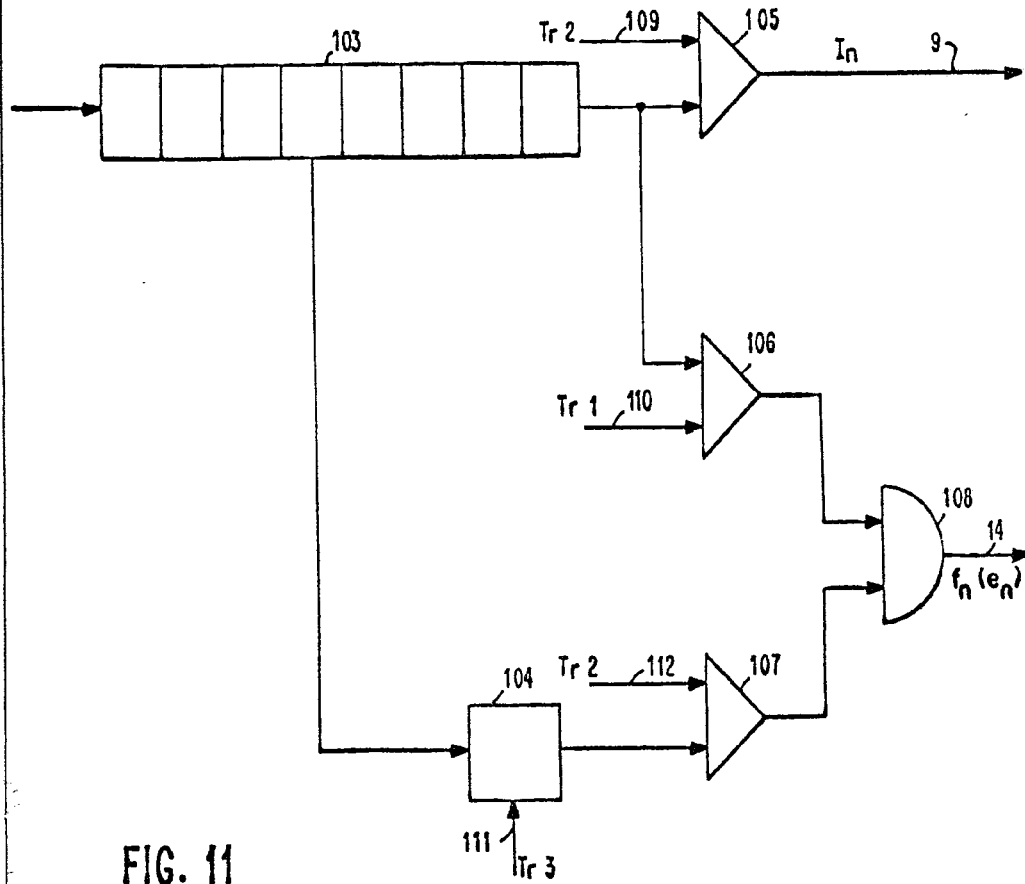
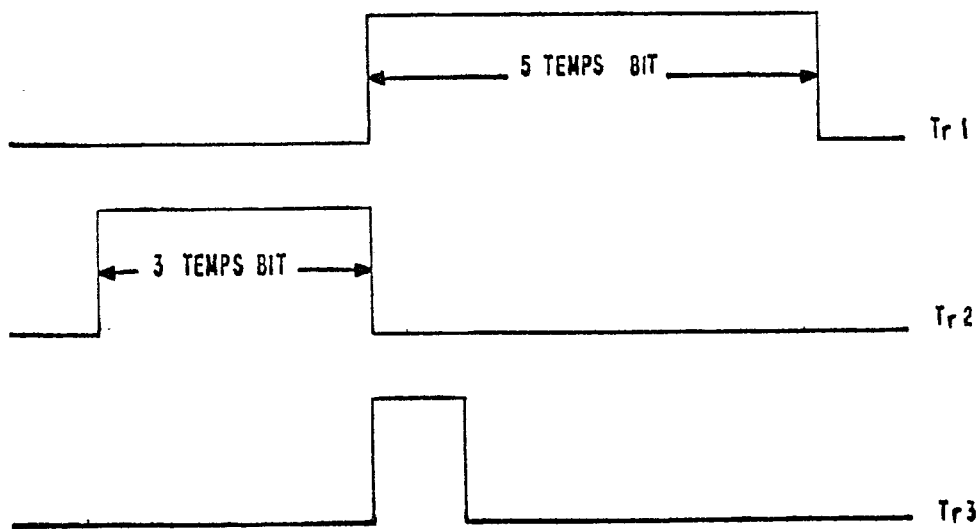


FIG. 11



Alberio de *[Signature]*  
Por Poder.