

221955

17 JUN 1955

REPRODUCCION  
POR DEFECTO DEL ORIGINAL



1955

221955

MEMORIA DESCRIPTIVA  
para solicitar  
P A T E N T E D E I N V E N C I O N  
e n  
E S P A Ñ A

por VEINTE años

a nombre de PHILAC S.A., entidad suiza establecida  
en rue de la Corratrice 13, Ginebra, Suiza, por:

"UN SISTEMA DE ENGRANAJES REVERSIBLES"

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o

5 Son conocidos engranajes reversibles que tienen  
dientes helicoidales en ejes paralelos, en los que  
las inclinaciones de las helices de los dientes del  
piñón y de los dientes de la rueda son diferentes,  
siendo igual el paso axial de los dientes de la rueda



221955

dentada y el de los del piñón desplazándose respectivamente el contacto al plano de los ejes. En estos engranajes la forma de la sección transversal de los dientes era muy peculiar, y particularmente determinada, de modo que surgieron dificultades en la construcción.

El presente invento se refiere a engranajes reversibles que tienen dientes helicoidales en ejes paralelos, en los que la inclinación de las helices de los dientes del piñón y los de la rueda dentada son diferentes, pero que tienen los mismos pasos axiales para los dientes de la rueda dentada y del piñón y tienen un contacto que se desliza con relación al plano de los ejes pero que tienen la forma de las secciones transversales de los dientes de tal modo que disminuyen las dificultades arriba mencionadas. Así además de disminuir el coste de la producción de la gama de dientes, estas gamas de dientes se hacen con gran exactitud y pueden por lo tanto engranar con la mayor eficiencia.

Los engranajes reversibles que tienen dientes helicoidales, sobre ejes paralelos, con helices diferentemente inclinadas para los dientes del piñón y los dientes de la rueda dentada, pero que tienen el mismo paso axial para los dientes de la rueda y los del piñón y con un contacto desplazado con relación al plano de los ejes, se caracterizan según este

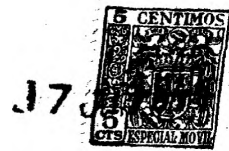


221 955

invento porque los perfiles laterales de la sección  
de los dientes en un plano perpendicular a la helice  
de los dientes, lo mismo que en el plano perpendicu-  
lar al eje de rotación y tambien en un plano que  
5 pasa por el eje de rotación, estan cada uno consti-  
tuido por un solo arco de círculo para el piñón y  
para la rueda dentada.

Los citados engranajes se caracterizan ade-  
más porque los centros de los arcos de círculo de  
10 los citados perfiles estan, para el piñón, dentro de  
la tangente al círculo de la línea de la raíz de los  
dientes y, para la rueda dentada son externos al  
círculo exterior de los dientes de modo que los per-  
files aumentan constantemente en espesor, lo mismo  
15 para el piñón que para la rueda dentada, desde sus  
partes superiores a la raíz.

Los engranajes se caracterizan además por-  
que el contacto entre un diente del piñón y un dien-  
te de la rueda ocurre en una superficie de contacto  
20 que se desplaza con relación al plano de los ejes  
y está completamente fuera de él, en uno u otro la-  
do según sea la dirección de rotación, siendo el per-  
fil, la extensión y la distancia del plano de los  
ejes de la citada superficie de contacto, una fun-  
25 ción de la inclinación de las helices de los dientes  
de la rueda dentada y los del piñón teniendo subs-  
tancialmente la forma de un triangulo esférico, con



221 955

el lado corto o basé del triangulo en la dirección hacia el plano de los ejes y extendiéndose los lados curvilíneos más largos, a aproximadamente en una dirección hacia lo largo del plano de los ejes.

5 Los engranajes se caracterizan además porque el vertice de los lados curvilíneos más largos del triangulo que constituye el perimetro de la superficie de contacto esta más cerca del plano de los ejes que el otro lado o base del triangulo.

10 Los engranajes se caracterizan también porque el centro de gravedad, que puede considerarse como el centro de gravedad de equilibrio de los puntos de la mediana longitudinal de la superficie de contacto, y en cuyo centro de gravedad puede considerarse como concentrada la carga entre ambos dientes en contacto, está situado más cerca de la raíz de los dientes del piñón que de la raíz de los dientes de la rueda dentada, y esto corresponde a lo que es razonablemente conveniente en relación con los  
15 varios espesores de las secciones de los dientes del piñón y de la rueda dentada; la consecuencia es también que la presión unitaria en los diferentes puntos de la superficie de contacto es variable.

20 Los engranajes se caracterizan además porque para cada unidad piñón-rueda dentada, el contacto, entre cualquiera de los dientes del piñón y de la rueda dentada respectivamente que engranan



221 955

en cualquier dirección particular de rotación de la unidad, es fijo en el espacio, tiene una forma y dimensión constantes y su posición es constante durante la rotación de los engranajes.

3 Los citados engranajes se caracterizan finalmente porque entre los lados laterales de la sección transversal de los dientes y los cilindros de las raíces de los dientes y entre la línea exterior de los dientes y los lados laterales de la  
10 citada sección transversal hay colocadas líneas bien redondeadas a fin de eliminar aquellas partes de los dientes donde ocurre la mayor presión unitaria.

En los dibujos adjuntos el invento se  
15 muestra solamente a modo de ejemplo en una de sus realizaciones en la forma de engranajes que tiene dientes doble-helicoidales, es decir que presentan dos coronas, para el propósito conocido de disminuir los esfuerzos axiales; los engranajes  
20 podrían también estar dotados de una sola corona.

Las figuras 1 y 2 son secciones transversales, por ejemplo en un plano exil de los dientes de un piñón y de una rueda dentada y muestran la construcción y características de los dientes  
25 según el invento. Las figuras siguientes se refieren, a modo de ejemplo, a una demostración de la manera en que está realizado el invento. La figura



221 955

3 es una vista en planta de una parte de una rueda  
dentada donde se muestran los diferentes pasos de  
los dientes; la figura 4 es una diagrama explicati-  
vo que muestra los diferentes pasos de las helices  
5 para posiciones diferentes a lo largo de los lados  
laterales de los dientes.

La figura 5 es una vista lateral del pi-  
ñón y una parte de la rueda dentada y la fig. 6 es  
una vista en planta de una parte de los dientes de  
10 la rueda dentada. Las figs. 7 y 8 son vistas análo-  
gas del piñón y una parte de la rueda dentada en  
planta; y a escala mayor, de la cabeza de un diente  
del piñón. La fig. 9 es un dibujo para definir los  
tamaños definitivos de las secciones transversales  
15 de los dientes del piñón y de los espacios entre los  
dientes de la rueda dentada; las figs. 10 y 11 son  
vistas análogas a las de las figuras 5 y 6 pero se  
usan a fin de definir los valores definitivos; la  
fig. 12 es un dibujo, a una escala muy aumentada,  
20 para definir la posición y perfil de la superficie  
de contacto entre los dientes de la rueda dentada  
y los del piñón y las figs. 13, 14, también a esca-  
la muy aumentada, son vistas de las secciones res-  
pectivamente de los espacios entre los dientes del  
25 piñón y de los espacios entre los dientes de la rue-  
da dentada para el cálculo que se refiere a la rea-  
lización mostrada como ejemplo.



221 955

El engranaje dentado helicoidal, es decir, los  
dientes helicoidales de la rueda dentada y del piñón  
(fig. 3) tiene el paso normal  $P_n$  dado en un plano sec-  
cional H-N perpendicular a las hélices de las que son  
5 los dientes una parte, un paso aparente  $P_{ap}$  según se  
mira desde el lado F de la rueda dentada o piñón y un  
paso axial  $p$  dado por una sección en la línea A-A, para-  
lelo al eje de rotación de la rueda dentada o piñón,  
los valores de los pasos de las hélices de las que se  
10 forman los dientes helicoidales se designarán por sím-  
bolos particulares y diferentes.

En la rueda dentada y piñón, según el inven-  
to, las gamas de dientes del piñón y de la rueda denta-  
da tienen el mismo paso axial.

15 Según el invento los dientes del piñón (Fig. 1)  
tienen perfiles de una sección transversal particular  
constituida por dos lados laterales, teniendo cada uno  
la forma de un arco de círculo cuyos centros C están  
dentro de la circunferencia de las raíces de los dien-  
20 tes. Los dientes presentan en su raíz una línea B. bien  
redondeada, cuyo radio no excede el valor conocido de  
 $1/7$  de la altura del diente, mientras que los bordes S  
están ligeramente redondeados con una línea bien redon-  
deada igual a aproximadamente  $1/3$  de la línea bien re-  
25 dondeada usada para la raíz en B, a fin de eliminar a-  
quellas zonas en las que habría la mayor presión unita-  
ria. Las mismas particularidades han de notarse en las



22 55

5 secciones de los dientes de la rueda que se muestran en la fig. 2, pero con radios 'S' que tienen valores diferentes y con centros C' colocados análogamente, pero, para la rueda dentada, colocados por fuera del círculo exterior de los dientes.

10 Las secciones mostradas en las figs. 1 y 2 son secciones a lo largo de un plano paralelo al plano de los ejes, pero habría características análogas aún si fuesen consideradas las secciones en el plano K-K (Fig.3) el plano A-A (Fig.3) o en un plano perpendicular a los ejes de rotación de la rueda. Se apreciará que las figs. 1 y 2 no muestran las secciones reales de los  
15 dientes del piñón y de la rueda dentada en la escala y proporción que aparecerán en las figs. sucesivas, pero estas figs. son solamente a fin de explicar la forma característica de los dientes.

20 Las otras características constructivas de los engranajes, según el invento serán evidentes del ejemplo siguiente de una realización que se muestra a fin de permitir que pueda ponerse en práctica el invento.

25 El siguiente ejemplo de una realización se refiere a un par de engranajes reversibles que dan una relación de transmisión de  $\gamma = 1:40$  teniendo el piñón dos dientes y teniendo la rueda dentada 80 dientes. La altura de los dientes del piñón y de la rueda dentada (Fig.5) es  $h=6.5$  mm. y estos tienen un paso axial (Fig.6).



221055

De aquí  $p = 28'575$  que las hélices de las cuales se obtienen los dientes del piñón tengan un paso axial.

$$p' = 2 \times 28'575 = 57'15 \text{ mm.} \quad (2)$$

5 y que las hélices de las cuales se obtienen los 30 dientes de la rueda tienen un paso axial

$$p'' = 30 \times 28'575 = 2286 \text{ mm.} \quad (3)$$

Sean (Figs. 5 y 6):

10 radio externo de la línea externa de los dientes del piñón =  $21'50$  mm.

radio externo de la línea externa de los dientes de la rueda =  $365'50$  mm.

distancia entre los ejes =  $OO' = 381$  mm.

15 Para seguir el cálculo ha de comprenderse que la inclinación  $\alpha_R$  de los dientes de la rueda dentada y  $\alpha_r$  de los dientes del piñón con relación al plano  $NN$  (Fig. 6), perpendicular a los ejes de la rueda dentada y del piñón, varía naturalmente desde los vértices de los dientes hacia sus raíces (véase la vista del piñón en la fig. 4). Puesto que el espacio que queda entre el vértice de un diente y el fondo de la garganta en la que está trabajando el diente se considera que es 20  $0'5$  mm. la altura de trabajo del diente es (Fig. 1)  $6$  mm.; si esta altura de trabajo se divide en 5 partes y se 25 consideran para el piñón lo mismo que para la rueda, alguna de estas alturas para cada una de las cuales los valores  $\alpha_r$  y  $\alpha_R$  dados más abajo van a considerarse

17 JUN



221955

respectivamente;

Piñón.

Altura 4'80 mm.

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha'_R &= \frac{p'}{2\pi(21'50-4'80)} = \frac{57'15}{2\pi(21'50-4'80)} = \frac{57'15}{2\pi 16'70} = 0'544700 \\ \alpha'_R &= 28^\circ 34' 37'' \quad (\text{Figs. 1 y 4}) \quad (4) \end{aligned}$$

Altura 3'60 mm.

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha''_R &= \frac{p'}{2\pi(21'50-3'60)} = \frac{57'15}{2\pi(21'50-3'60)} = \frac{57'15}{2\pi 17'90} = 0'508180 \\ \alpha''_R &= 26^\circ 56' 19'' \quad (5) \end{aligned}$$

Altura cero (cabeza de los dientes)

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha'''_R &= \frac{p'}{2\pi 21'50} = \frac{57'15}{2\pi 21'50} = 0'423082; \\ \alpha'''_R &= 22^\circ 55' 56'' \quad (\text{Fig. 1 y 4}) \quad (6) \end{aligned}$$

Rueda dentada.

profundidad cero (vértice del diente)

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha'_R &= \frac{p''}{2\pi 365'50} = \frac{22'86}{2\pi 365'50} = 0'995427; \\ \alpha'_R &= 44^\circ 52' 7'' \quad (\text{Fig. 2}) \quad (7) \end{aligned}$$

Profundidad 1'20mm.

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha''_R &= \frac{p''}{2\pi(365'50-1'20)} = \frac{2286}{2\pi(365'50-1'20)} = \\ &= \frac{2286}{2\pi 364'30} = 0'998706; \\ \alpha''_R &= 44^\circ 57' 46'' \quad (\text{Fig. 2}) \quad (8) \end{aligned}$$

20 Profundidad 2'40 mm.

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha'''_R &= \frac{p''}{2\pi(365'50-2'40)} = \frac{2286}{2\pi(365'50-2'40)} = \frac{2286}{2\pi 363'10} = 1'002077 \\ \alpha'''_R &= 45^\circ 3' 26'' \quad (\text{Fig. 2}) \quad (9) \end{aligned}$$



221955

profundidad 6 mm

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha''''_{-R} &= \frac{p''}{2\pi(365,50-6)} = \frac{2286}{2\pi(365,50-6)} = \\ &= \frac{2286}{2\pi 359,50} = 1,012007; \end{aligned}$$

5

$$\alpha''''_{-R} = 45^{\circ} 20' 33'' \text{ (Fig. 2)} \quad (10)$$

Si se hace una sección de los dientes del piñón con la superficie externa cilíndrica de la rueda dentada (de radio= 365,80 mm) a lo largo de abc (Fig.5) en la sección en planta (Fig.6) puede verse:

10 - los vértices A-A de dos dientes sucesivos de la rueda dentada;

15 - la inclinación arriba obtenida (7)  $\alpha'_R = 44^{\circ} 52' 7''$  de los dientes de la rueda en correspondencia con el vértice y la inclinación MM de los dientes de la rueda respectivamente al plano NN;

20 - La inclinación arriba obtenida (6)  $\alpha''_R = 22^{\circ} 55' 56''$  de los dientes del piñón en su cabeza y la inclinación YY de los dientes del piñón respectivamente al plano NN; (el paso axial arriba considerado (1))  $p = 28,575$  mm de los engranajes;

25 - el peso normal de los dientes de la rueda correspondiente a la cabeza de los dientes

$$p \cos \alpha'_R = 28,575 \times \cos 44^{\circ} 52' 7'' = 28,575 \times 0,708727 = 20,25 \text{ mm.}$$

Cuando se traza una línea paralela desde



221955

el punto a (Figura 5) a  $O'O'$  que une los centros, de modo que llegue a  $NN'$ , se definen los puntos  $B, n, S.D.N.$  Suponiendo a modo de hipótesis solamente, que se requiere un contacto en a entre los dientes de la rueda dentada y del piñón, la distancia  $nD$  tiene que corresponder a la mitad del espesor del vertice de los dientes del piñón más la mitad del espesor del vertice de los dientes de la rueda.

A fin de definir el valor  $nD$  tiene que considerarse que

$$nD = BD - Bn$$

$$\text{pero cos } a \text{ } O'O' = \frac{O'O'^2 + O'a^2 - aO'^2}{2 O'O' \times O'a} = \frac{381^2 + 21,50^2 - 365,50^2}{2 \times 381 \times 21,50} = 0,734480$$

$$a \text{ } O'O' = 42^\circ 44' 11''$$

Ahora si una helice del piñón, para una rotación completa ( $360^\circ$ ), avanza axialmente (vease 3)  $p' = 57,15$  mm, la parte de la helice correspondiente a un ángulo  $42^\circ 44' 11''$  avanza en una longitud  $BD$  (Figura 6):

$$BD = p' \frac{42^\circ 44' 11''}{360^\circ} = 57,15 \frac{42^\circ 44' 11''}{360^\circ}$$

$$= 6,78 \text{ mm} \quad (11)$$

Análogamente para la rueda

$$\text{Cos } a \text{ } O'O = \frac{O'a^2 + O'O'^2 - O'a^2}{2 O'O' \times O'a} = \frac{365,50^2 - 381^2 + 21,50^2}{2 \times 381 \times 365,50} = 0,999202$$

$$a \text{ } O'O = 2^\circ 17' 20''$$

$$BH = p'' \frac{2^\circ 17' 20''}{360^\circ} = 2286 \frac{2^\circ 17' 20''}{360^\circ} = 14,53 \text{ mm}$$

$$(12)$$



221 55

Pero (Figura 6)

$$nH = 0'' r' = \frac{p}{2} = \frac{28,575}{2} = 14,287 \text{ mm} \quad (13)$$

y por lo tanto debido a que (12) y (13) :

$$5 \quad Bn = BH - nH = 14,53 - 14,287 = 0,243 \text{ mm} \quad (14)$$

por lo que, debido a (11) y (14), resulta que

$$nD = BD - Bn = 6,78 - 0,243 = 6,53 \text{ mm} \quad (15)$$

Al limitar ahora (Figura 8) el espesor de las cabezas de los dientes del piñón vistos en la  
10 dirección MN, para

$$3,20 \text{ mm} \quad (16)$$

resulta que

$$SD = \frac{3,20}{7} = 1,60 \text{ mm} \quad (17)$$

15 y por lo tanto (Figura 6), debido a (15) y (17):

$$nS - nD = SD = 6,53 - 1,60 = 4,93 \text{ mm} \quad (18)$$

y por lo tanto además, el espesor de la cabeza de los dientes de la rueda, vista en la dirección MN, será debido a (18):

$$20 \quad 4,93 \times 2 = 9,86 \text{ mm} \quad (19)$$

y la anchura de los espacios de la rueda dentada, en su periferia externa, siempre vista en la dirección MN, es (Figura 6) considerando (1)

$$p - 9,86 = 28,575 - 9,86 = 18,71 \text{ mm} \quad (20)$$

25 Es ahora posible calcular el espesor de la cabeza de los dientes del piñón (figura 8); considerando (16) y (6) resulta que el citado espesor es (Figura 8).



221955

$bb' = 3,20 \cos 22^{\circ} 55' 56'' = 3,20 \times 0,920967 = 2,94 \text{ mm}$   
(21)

Notese ahora que el arco fd (figura 7) corresponde a toda la altura de trabajo de los dientes de la rueda y la cual, en la direcci3n de la linea que une los centros CO' es 6 mm

Dividase el arco fd en las mismas 5 partes arriba mencionadas, obteniendo sobre el los puntos a, a, a, a, espaciados los unos de los otros en una distancia de  $6 : 5 = 1;20 \text{ mm}$  medida paralela a la linea que une los centros.

Considerando ahora la condici3n de que debe haber contacto entre los dientes de la rueda y los del pi3n en correspondencia, por ejemplo, al tercer punto a desde f hacia d (Figura 7), es decir correspondiente a la profundidad de 3,60 mm. para los espacios de los engranajes, y procediendo análogamente a las figuras 5,6.

Desde el citado punto a se traza una paralela a la linea CO' de longitud suficiente para que encuentre la linea MN de modo que defina los puntos n,i,h,e por lo que el doble de la distancia ie es la anchura de los espacios de la rueda, a una profundidad de 3,60 mm, con cuya anchura es posible obtener contacto con las roscas bb del vertice de los dientes del pi3n en el citado tercer punto a

La citada distancia ie se obtiene notando que es :



221955

$$ie = hi + he$$

Analogamente a los resultados obtenidos de las figuras 5, 6 se obtienen los resultados de las figuras 7, 8 en las que el punto considerado a es

$$O' a = 365,50 - 3,60 = 361,90 \text{ mm}$$

$$\cos a O O' = \frac{O'O^2 + O'a^2 - O'a^2}{2 O'O \times O'a} = \frac{381^2 + 21,50^2 - 361,90^2}{2 \times 381 \times 21,50} = 0,894319$$

$$a O O' = 26^\circ 34' 45'' \quad (22)$$

Si una helice del piñón, en rotación (360°) avanza axialmente (ver 2) un paso  $p' = 57,15$  mm, la parte de la helice correspondiente a un ángulo de  $26^\circ 34' 45''$  avanza una parte  $nh$  (Figura 8)

$$nh = 57,15 \frac{26^\circ 34' 45''}{360^\circ} = 4,21 \text{ mm} \quad (23)$$

Análogamente para la rueda,

$$\cos a O'O = \frac{O'O^2 + O'a^2 - O'a^2}{2 O'O \times O'a} = \frac{381^2 + 361,90^2 - 21,50^2}{2 \times 381 \times 361,90} = 0,999646$$

$$a O'O = 1^\circ 31' 30''$$

Si una helice de la rueda, en una rotación (360°) avanza axialmente (ver 3) un paso  $p'' = 2286$  mm, la parte de la helice correspondiente a un ángulo de  $1^\circ 31' 30''$  avanza una longitud  $ne$  (Figura 8):

$$ne = 2286 \frac{1^\circ 31' 30''}{360^\circ} = 9,68 \text{ mm} \quad (25)$$

Pero a consecuencia de (23) y (25):

$$he \neq ne - nh = 9,68 - 4,21 = 5,47 \text{ mm} \quad (26)$$



221955

mentras que (Figura 8):

$$hi = 0''R = \frac{3,20}{2} = 1,60 \text{ mm.} \quad (27)$$

de manera que a consecuencia de (26) y (27) se tiene:

5  $ie = hi + he = 1,60 + 5,47 = 7,07 \text{ mm.}$

y por lo tanto la anchura de los espacios entre los dientes de la rueda a una profundidad de 3,60 mm.

y vista en la dirección NN es:

$$7,07 \times 2 = 14 \text{ mm.} \quad (28)$$

10

La anchura de los espacios de la rueda dentada a la profundidad de 6 mm. y de vista en la dirección NN es (Figura 8)  $2 \times rz$ . A fin de calcular  $rz$ , notese (Figura 8) que considerando (6), (10) se tiene:

15

$$AO'' = \frac{2,94}{2} = 1,47 \text{ mm}$$

$$rO'' = \frac{AO''}{\cos(\alpha_R - \alpha_x)} = \frac{1,47}{\cos(45^\circ 20' 33'' - 22^\circ 55' 56'')} = \frac{1,47}{\cos 22^\circ 24' 37''} = \frac{1,47}{0,924478} = 1,59$$

20

$$rz = \frac{1,59}{\cos \gamma''} = \frac{1,59}{\cos 45^\circ 20' 33''} = \frac{1,59}{0,702868} = 2,26 \text{ mm}$$

25

y por lo tanto la anchura de los espacios de la rueda a una profundidad de 6 mm. es:

$$2, \times 2,26 = 4,52 \text{ mm.} \quad (29)$$



221955

Debido a la condicion citada de un contac-  
to entre las roscas de los vertices de los dientes  
del piñón y los espacios de la rueda a lo largo del  
eje f, d, a (Figura 7) las anchuras de los espacios  
de la rueda dentada fueron así determinados como  
sigue:

- en la periferia externa (punto a)= 18,71 mm (20)
- a la profundidad de 3,60 mm (punto d);14,14 mm (28)
- a la profundidad de 6 mm. (punto f) = 4,52 mm (29)

Considerando ahora el eje x - x (Figura 9)  
como en eje de simetria de la sección transversal del  
espacio entre los dientes de la rueda dentada, tra-  
zando un plano paralelo al plano OO' del eje y que  
pasa por el punto a (Figura 7) resultan los puntos  
a, d, f, en la figura 9, Dibujando un arco de cir-  
culo por estos puntos; de la Figura 9 puede verse  
que dicho arco tiene un radio r = 9 mm; de la Figura  
9 puede encontrarse la otra anchura del espacio en  
la rueda dentada; así suponiendo como punto de arran-  
que al que corresponde a las otras profundidades,  
los resultados son los que siguen:

T A B L A I

Anchura del espacio entre los dientes de  
la rueda dentada (Figura 9)

- a profundidad cero  
18,71 mm. como se ha calculado en (20) punto a
- a profundidad de 1,20 mm.



221 955

- 17,70 mm. como resulta del punto b
- a profundidad de 2,40 mm.
- 16,24 mm. como resulta del punto c
- a profundidad de 3,60 mm.
- 5 14,40 mm como se ha calculado en (28) punto d
- a profundidad de 4,80 mm
- 11,06 mm como resulta del punto e
- a la profundidad de 6 mm
- 4,52 mm como se ha calculado en (29) punto f

10            Estos valores considerados como punto de arranque tendran que ser modificados de nuevo como se apreciará según prosigue el calculo.

15            Habiendo así asumido la forma provisional de la sección del espacio entre los dientes de la rueda dentada, es posible proceder a definir las dimensiones de los dientes del piñón de las cuales hasta ahora solo se sabe que los vertices (16) tienen un espesor de 3,20 mm cuando se miden en la dirección NN (figura 8)

20            Permitásenos ahora calcular el espesor de los dientes del piñón correspondiente a la profundidad de 1,20 mm. para los espacios de la rueda dentada (Figuras 10 y 11). Como se hace referencia a una profundidad de 1,20 mm para el espacio entre  
25 los dientes de la rueda dentada y por lo tanto a la altura de 4,80 mm para el diente del piñón, se tiene que el angulo de la inclinación de la direc-



221955

ción  $KK$  del diente con respecto a  $NN$  para los dientes de la rueda dentada es  $\alpha_R'' = 44^\circ 57' 46''$  (ver (8)) y el ángulo de inclinación de la dirección  $YY$  de los dientes del piñón con respecto a  $NN$  es  $\alpha_Y' = 28^\circ 34' 37''$  (ver (4)). En esta última figura resulta además que  $O''E$  es perpendicular a  $KK$ ,  $O''h$  es perpendicular a  $YY$  y  $ER$  paralelo a  $YY$ .

A fin de que haya un contacto en  $E$  y solamente en  $E$  (Figura 1) es naturalmente necesario que el espesor de los dientes del piñón, en el citado punto debería ser  $2E_f$  es decir,  $2 O''R$ ; la cuestión es definir el valor  $O''R$ .. Para este fin asúmanse que  $O''L$  es igual a la mitad de la anchura del espacio entre los dientes, a la profundidad de 1,20 mm previamente definida (Tabla 1) que es igual a la mitad de 17,70 mm. así

$$O''L = \frac{17,70}{2} = 8,85 \text{ mm}$$

y por lo tanto resulta (de la figura 11) que  $O''E = 8,85 \cos 44^\circ 57' 46'' = 8,85 \times 0,707563 = 6,26 \text{ mm}$  (30)

$$O''h = O''E \cos (44^\circ 57' 46'' - 28^\circ 34' 37'') = 6,26 \cos 16^\circ 23' 9'' = 6,26 \times 0,959334 = 6,00 \text{ mm}$$
 (31)

$$y O''R = \frac{O''h}{\cos 28^\circ 34' 37''} = \frac{6,00}{0,878176} = 6,83 \text{ mm}$$
 (32)

Ocurre por tanto que el espesor de los dientes del piñón en el punto  $E$  visto a lo largo de  $NN$ , es:  $2 \times 6,83 = 13,66 \text{ mm}$  (33)



15

221855

La distancia EM del punto de contacto z, visto desde el plano OO' de los ejes (vease la figura 11) considerando (30) y (8) es

$$EM = 0''E \text{ seno } 44^{\circ}57'46'' = 6,26 \times 0,706646 = 4,42 \text{ mm} \quad (34)$$

5

El citado punto de contacto z está sustancialmente sobre la rueda 1,20 mm en el interior desde la circunferencia externa que tiene una radio de 365,50 mm y está por lo tanto a una distancia de O' de:

10

$$O'z = 365,50 - 1,20 = 364,30 \text{ mm} \quad (34)$$

Proyectando desde dicho punto de contacto sobre la línea OO' resulta un punto (Figura 10) b' para el cual según el teorema de Pitágoras y como consecuencia de (34) se tiene

15

$$O' b' = \sqrt{O''z^2 - EM^2} = \sqrt{364,30^2 - 4,42^2} = 364,37 \text{ mm}$$

$$O B' = OO' - O' b' = 381 - 364,27 = 16,73 \text{ mm}$$

de lo cual resulta además (Figura 10) a consecuencia del resultado anterior y de (34), que la distancia del punto de contacto z desde O es

20

$$OZ = \sqrt{O b'^2 + EM^2} = \sqrt{16,73^2 + 4,42^2} = 17,30 \text{ mm} \quad (35)$$

El punto de contacto z está por lo tanto sobre los dientes del piñón a una distancia de:

$$21,50 - 17,30 = 4,20 \text{ mm} \quad (36)$$

y esto está en correspondencia con la altura del diente, de modo que tiene un espesor de 13,66 mm (vease (33))

25

Es por lo tanto posible marcar en la Figura



221955

9, a la altura de 4,20 mm, el punto l distante de la línea media x x de la Figura 9

$$\frac{13,56}{2} = 6,83 \text{ mm}$$

5 Procediendo del mismo modo, es posible obtener las mismas cifras para el contacto de un punto r a una profundidad de 2,40 mm de los dientes de la rueda dentada y obtener el resultado que:

10 - La mitad de la anchura de los espados de la rueda a 2,40 mm es 8,12 mm (Tabla 1)

- La mitad del espesor de los dientes del piñón en el punto r considerado es 6,10 mm (37)

- La distancia del punto de contacto r al plano de los ejes es 4,05 mm (38)

15 (y manteniendo para las expresiones  $O'b$ ,  $O'b'$ ,  $O'r$ , el mismo significado que tienen arriba cuando se consideró el punto z pero refiriéndose a él ahora como el punto r resulta que

$$O'b'_z = 363,07 \text{ mm}$$

20  $O'b'_z = 17,93 \text{ mm}$

$$O'r_z = 18,38 \text{ mm}$$

- la altura del punto z de contacto ahora considerada en los dientes del piñón se hace 3,12 mm (39)

25 - El espesor de los dientes del piñón en correspondencia en el punto de contacto r se considera ahora que es 12,20 mm (40)

y por lo tanto en la Figura 9 a la altura de 3,12 mm,



221955

el punto 2 distante de la linea media x-x de la Figura 9 se marca en  $\frac{12,20}{2} = 6,10$  mm

5 Además en la Figura 9 correspondiente al vertice de los dientes está (ver figura 8) la anchura (16) de 3,20 mm. de modo que en la figura 9 es posible marcar el punto 3 distante de la linea media xx de la Figura 9  $\frac{3,20}{2} = 1,60$  mm.

10 Los puntos 1, 2, 3 de la Figura 9 pueden entonces unirse con un arco de circulo que tiene un radio  $r = 9,50$  mm; del dibujo se derivan por lo tanto las medidas provisionales de la sección de los dientes.

T A B L A II

Espesor de los dientes del piñón (Figura 9)

15 - a la altura de 4,20 mm

13,66 mm como se calcula en (33)

- a la altura de 3,12 mm

Punto 1

12,20 mm como se calcula en (37) Punto 2

- a la altura cero

3,20 mm como se asume en (16) punto 3

20

Consoderese ahora la figura 12, ésta muestra el piñón y la parte de engrane de la rueda; en esta figura que está dibujada a una escala que es tres veces mayor que el tamaño real, están marcadas las circunferencias que pasan a través de los puntos a la profundidad 1,20; 2,40 .....6,00 mm de los

25 dientes de la rueda dentada y de las circunferencias



# 221955

correspondientes de piñón. Se dice que la línea  $d$ ,  $f'$ ,  $h$ ,  $z$ ,  $v$ ,  $n$ ,  $d$  en la figura 12 limita y define la superficie de contacto entre los dientes de la rueda dentada y los del piñón. Se demostrará ahora lo que se afirma arriba.

Considerando el punto  $f$ , el punto donde se encuentran las circunferencias  $fO = r = 19$ , 10 mm del piñón y  $O'f = r = 364,30$  mm de la rueda

El punto  $f$  está muy cerca del punto  $f'$  del citado perfil que es el que está más lejos del plano  $OO'$  de los ejes: el citado punto  $f$  está a 2,40 mm de altura en los dientes del piñón a una profundidad de 1,20 mm en los espacios de la rueda.

Se calculará ahora el espesor que deben tener los dientes del piñón para obtener en  $f$  (es decir, prácticamente  $f'$ ) un contacto entre los dientes del piñón y los de la rueda dentada, (considerando los valores que acaban de obtenerse para  $O'f$  y para  $OF$  y el valor  $OO' = 381$  mm)

$$\cos fOO' = \frac{OO'^2 + O'f^2 - OF^2}{2 \times OO' \times O'f} = \frac{381^2 + 19,10^2 - 364,30^2}{2 \times 381 \times 19,10} = 0,880249$$
$$f \hat{O}O' = 28^\circ 19', 32''$$

Si la hélice de un piñón avanza en una revolución completa ( $360^\circ$ ) axialmente en un paso  $p' = 57,15$  mm (Ver (2)); para un ángulo de  $28^\circ 19', 32''$  avanzará

$$57,15 = \frac{28^\circ 19', 32''}{360^\circ} = 4,49 \text{ mm}$$



Esta medida corresponde, para el caso y para el punto que acaba de considerarse, a la dimensión que en la Figura 6 se indicó con BD y por lo tanto es posible escribir.

5  $BD_f = 4,49 \text{ mm}$

Se tiene además, que,

$$\cos \hat{f}O'O = \frac{O'F^2 + OO'^2 - Of^2}{2 \times OO' \times O'F} = \frac{364,30^2 + 381^2 - 19,10^2}{2 \times 381 \times 364,30} = 0,999690$$

$$\hat{f}O'O = 1^\circ 25' 37''$$

Si una hélice de la rueda en una revolución completa ( $360^\circ$ ) avanza axialmente  $p'' = 2286$  (véase (3)), para un ángulo de  $1^\circ 25' 37''$  avanzará

$$2286 \frac{1^\circ 25' 37''}{360^\circ} = 9,06 \text{ mm.}$$

Esta medida corresponde al caso y al punto que acaba de considerarse, a la dimensión que en la Fig. 6 fué indicada por BH y es posible escribir

$$BH_f = 9,06 \text{ mm.}$$

Recordando ahora que (Tabla 1) la anchura del espacio de la rueda dentada, a una profundidad de  $1,20 \text{ mm.}$ , es  $17,70 \text{ mm.}$  ocurre que (aún adoptando para los símbolos los conceptos indicados en la Fig. 6, pero intentando que se refirieran al punto  $f$  que ahora se considera).

$$SH_f = 0,177 \frac{17,70}{2} = 8,35 \text{ mm.}$$

$$BS_f = BH_f - SH_f = 9,06 - 8,35 = 0,21 \text{ mm.}$$

25  $SD_f = BD_f - BS_f = 4,49 - 0,21 = 4,28 \text{ mm.}$   
y por lo tanto el espesor de los dientes del piñón a la altura  $2,40 \text{ mm.}$ , visto en la dirección BH, que



satisface lo anterior es:

$$2 \times 4,28 = 8,56 \text{ mm.} \quad (41)$$

5 Pero en la Fig. 8, por medio del arco 1, 2, 3, quedó definido el punto 4 del piñón, correspondiente a la altura 2,40 mm.; para el mismo dibujo de la figura 9 (diez veces el tamaño real) se deriva el resultado que el espesor es 10,94 mm.; mientras que de lo anterior se vió que para el punto f, donde la altura de los dientes del piñón es también 2,40 mm, el espesor correspondiente es de (41) 10 8,56.

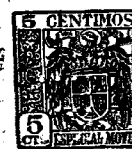
Es por lo tanto evidente que para, (por ahora), no modificar los dientes del piñón según el arco 1, 2, 4, 3 (Fig. 9), para hacer que los dientes entren en los espacios de la rueda, es necesario aumentar en el punto f 15 los mismos espacios por

$$10,94 - 8,56 = 2,38 \text{ mm.}$$

Como se señalará más adelante, este aumento tiene que ser de nuevo modificado.

20 Pero ha de comprenderse que los citados espacios no pueden agrandarse en el punto f sin influenciar toda la altura. Y además como se desea que la totalidad de la forma de los dientes de las dos ruedas sea absolutamente un simple arco de círculo, es conveniente proceder a modificar la forma provisional obtenida arriba. Una manera 25 de modificarla, pero no la única, es como sigue:

Se ha dicho directamente arriba, que los espacios de los engranajes en el punto f (Fig. 12), es de-



221 35

5      cir a la profundidad de 1,20 mm. para los espacios de la rueda dentada que en la Fig. 9 corresponden a la línea 8, b,u, han de agrandarse 2,38 mm. Realmente a fin de satisfacer el requisito arriba mencionado este agrandamiento de los espacios entre los dientes de la rueda ha de ser mayor de 2,38 mm.

10      Según el presente método de cálculo el agrandamiento real que hay que considerar para los espacios entre los dientes de la rueda dentada y que se muestra por el segmento bu, a la vez en uno y otro lado de la forma, es decir en uno y otro lado del eje de simetría  $x-x$  de la Fig. 9, tiene que ser igual al agrandamiento total de mm. 2,38 es decir  $\frac{2,38}{2}$ ---en cada lado, más  $\frac{4}{5}$  de la parte dp que en la Fig. 9 se encuentra en la línea a la altura 2,40. Esta parte dp ha de encontrarse en el dibujo de la Fig.9. Se tiene así el arco z,u,n,p,r,h,g,t (Fig. 9) que representa la forma definitiva de los espacios de la rueda dentada, realizada con un solo radio que en el dibujo da el resultado  $r = 19$  mm. Se obtiene este arco dibujándolo tangencialmente al arco fe de la forma f,e,d,c,b,a, y pasando el punto y y r. El segmento or, debido a la construcción, corresponde a  $\frac{7}{10}$  de la perpendicular a la cuerda del arco fe que tiene que ser calculado del dibujo (Fig.9).

25      Así las medidas definitivas de los espacios de la rueda dentada vista en dirección MM, y encontradas en los dibujos (Fig. 9) son:



22.55

T A B L A I I I

Los valores definitivos de las anchuras de los espacios entre los dientes de la rueda (que resultan de la curva z,u,b,p,r,g,t, en la Fig.9) son:

5	- a profundidad cero	
	anchura 22,96	punto <u>z</u>
	- a profundidad de 1,20 mm.	
	anchura 20,82 mm.	punto <u>u</u>
	- a profundidad 2,40 mm.	
10	anchura 18,34 mm.	punto <u>n</u>
	- a profundidad de 3,60 mm.	
	anchura de 15,24 mm.	punto <u>p</u>
	- a profundidad de 4,80 mm.	
	anchura de 11,28 mm.	punto <u>r</u>
15	- a profundidad de 6,00 mm.	
	anchura de 5,80 mm.	punto <u>g</u>

A fin de calcular ahora la forma definitiva de los dientes del piñón el procedimiento es como sigue:

En la Fig. 12 se marca el punto de intersección g, en el que la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda es 1,20 mm. y la altura de los dientes del piñón es 3,60 mm. A fin de definir el espesor que deben tener los dientes del piñón a la altura de 3,60 mm. para un contacto en el punto g el procedimiento es como sigue (manteniendo para BD, DH, SH y SD los mismos significados que tenían con referencia a la Fig. 6, pero por el contrario, haciendo referencia al punto g y colo-



22155

cando por lo tanto esta indicación como la letra g como subíndice):

$$\cos g^{\circ 0'} = \frac{381^2 + 17,90^2 - 363,30^2}{2 \times 381 \times 17,90} = 0,936004$$

$$g^{\circ 0'} = 20^{\circ} 36' 32''$$

5  $BD_g = 57,15 \times \frac{20^{\circ} 36' 32''}{\cos g^{\circ 0'}} = 3,271 \text{ mm.}$

$$\cos g^{\circ 1'0} = \frac{364,30^2 + 381^2 - 17,90^2}{2 \times 364,30 \times 381} = 0,999850$$

$$g^{\circ 1'0} = 0^{\circ} 59' 30''$$

$$BH_g = \frac{2286 \times 59,30''}{360} = 6,314 \text{ mm.}$$

10 Puesto que a la profundidad de 1,20 mm. la anchura de los huecos de la rueda es 20,82 (Tabla 111 ) acontece así.

$$SH_g = \frac{20,82}{2} = 10,41 \text{ mm.}$$

$$BS_g = SH_g - BH_g = 10,41 - 6,314 = 4,096 \text{ mm.}$$

$$SD_g = BD_g + BS_g = 3,271 + 4,096 = 7,367 \text{ mm.}$$

15 Ocurre así que el espesor que deben tener los dientes del piñón a la altura de 3,60 mm. a fin de que haya contacto con el punto g, es el doble de la medida que acaba de determinarse, es decir.

$$7,367 \times 2 = 14,734 \text{ mm.} \quad (42)$$

20 En la Fig. 9, por lo tanto, se marcó el punto 7 como distante de la línea media x x de la Figura

$$\frac{14,734}{2} = 7,367 \text{ mm.}$$

El procedimiento para los otros puntos i y l (Fig. 12) es exactamente el mismo obteniéndose:

25 - para el punto i considerando que la anchura de los espa-



221955

cios entre los dientes de la rueda, a la profundidad de 2,40 mm. es de 18,34 mm. (Tabla LII ); se tiene que:

$$\begin{aligned}\cos i \hat{O}O' &= 0,940223 \\ i \hat{O}O' &= 19^{\circ} 54' 39''\end{aligned}$$

5  $DB_i = 3,160 \text{ mm.}$

$$\begin{aligned}\cos iO'O &= 0,999839 \\ iO'O &= 1^{\circ} 1' 40''\end{aligned}$$

$$BH_i = 6,526 \text{ mm.}$$

$$SH_i = \frac{18,34}{2} = 9,17 \text{ mm.}$$

10  $BS_i = 9,17 - 6,526 = 2,644 \text{ mm.}$

$$SD_i = 3,160 + 2,644 = 5,804 \text{ mm.}$$

El espesor que deben tener los dientes del piñón a la altura 2,40 mm. a fin de tener contacto en  $i$  tiene por lo tanto que ser igual a

15  $2 \times 5,804 = 11,608 \text{ mm.}$

Por lo tanto en la Fig.9 se ha marcado el punto 6 a una distancia desde la línea media  $x-x$  de la Fig.9 que es

$$\frac{11,608}{2} = 5,804$$

20 - para el punto 1 considerando que la anchura de los huecos entre los dientes de la rueda a la profundidad de 3,60mm. (Tabla IV) se tiene

$$\begin{aligned}\cos l \hat{O}O' &= 0,943943 \\ l \hat{O}O' &= 19^{\circ} 16' 21''\end{aligned}$$

25  $BD_l = 3,059 \text{ mm.}$

$$\begin{aligned}\cos l O'O &= 0,999828 \\ lO'O &= 1^{\circ} 3' 30''\end{aligned}$$



221955

$$BH_1 = 6,720 \text{ mm}$$

$$SH_1 = \frac{15,24}{2} = 7,62 \text{ mm}$$

$$BS_1 = 0,90 \text{ mm}$$

5  $SD_1 = 3,959 \text{ mm}$

El espesor que deben tener los dientes del piñón a la altura de 1,20 mm a fin de tener un contacto en i debe, por lo tanto ser igual a

$$2 \times 3,959 = 7,918 \text{ mm}$$

10 Por lo tanto en la Figura 9 el punto 5 se marcó a una distancia de la línea media xx de la Figura 9 que es

$$\frac{7,918}{2} = 3,959 \text{ mm}$$

15 El espesor del vertice de los dientes de la rueda dentada permanece el mismo a 3,20 mm, (ver (16)) y por lo tanto se marca el punto 3, en la figura 9, a una distancia de la línea media xx de la Figura 9, de

20  $\frac{3,20}{2} = 1,60 \text{ mm}$

Los puntos 3,5,6,7 pueden estar unidos por un solo arco de círculo que tiene un radio que, de los dibujos, da el resultado  $r=24 \text{ mm}$  y el cual se extiende también para incluir los puntos 8,9,10

25 Se obtiene así la forma definitiva de los dientes del piñón, visto en la dirección MM, en el 10,9,8,7,6,5,3 y resultan las varias dimensiones.





21855

5 a la helice que corresponde a aquella en que está situado este espacio, así como las medidas para las secciones del diente del piñón, hechos en un plano perpendicular a la helice correspondiente a aquella en que está dispuesto el citado diente.

Ha de recordarse que para el espacio entre los dientes de la rueda, el arco a,b,c,d,e,f, (Figura 9), fué determinado como el punto de arranque de modo que es posible obtener contacto simultaneamente, y esto continuamente, entre el mismo arco y las roscas (bordes exteriores) de los vertices de los dientes del piñón; en la misma figura 9 las citadas roscas del vertice corresponden evidentemente al punto 3. El arco a,b,c,d,e,f, fué sucesivamente modificado en definitiva según el arco z,u,n,p,r,h,g,t. De modo que el arco original a,b,c,d,e,f, solo queda aquella parte pequeña en la que los citados arcos son practicamente coincidentes, es decir ha quedado la parte que comienza en el punto, k y que termina donde las dos curvas se separan mutuamente hacia el punto e. Puede entonces admitirse que en la citada parte hay un contacto con las roscas del vertice de los dientes del piñón. Pero aunque es verdad que los dos arcos son coincidentes, sin embargo los dos radios son diferentes. Se sabe además que la inclinación de los dientes de la rueda dentada (figura 4) cambia por



25 55

la variación de la altura de cada punto de la citada parte; y considerando que el paso axial de las helices, de las que se tomaron los dientes de la rueda dentada, es bastante largo, es decir (ver 3) 2286 mm  
5 la variación que resulta para las inclinaciones de los dientes de la rueda es considerable para cada punto de la citada altura.

Como consecuencia de lo anterior es evidente que es necesario, a fin de definir la superficie de contacto, determinar muchos puntos de contacto muy cerca los unos de los otros, y entonces juntarlos, pero es evidente que, con referencia de cada punto individual, es necesario considerar las inclinaciones de los dientes del piñón y de la rueda dentada.  
15

Ha de recordarse que la forma definitiva de la sección de los dientes del piñón tiene que calcularse de modo que pueda haber un contacto en los puntos g,i, y l (figuras 12). No hay duda que los contactos ocurrirán en puntos dados, puesto que los espesores que los dientes del piñón deben tener a las varias alteras, a fin de que haya contacto en los puntos g,i y l (Figura 12), fueron determinados analíticamente considerando las anchuras de los espacios de la rueda, ya conocidos de lo anterior, justo en correspondencia con los citados puntos g,i, y l.  
20  
25



23 255

Es ahora necesario examinar como se extiende el contacto entre los dientes del piñón y los de la rueda dentada sobre las curvas:

5 (1, a, b, c, d, x), (e, f, g, z), (h, i, r), (l, n), (2, s), (2, v)  
(Figura 12)

Con referencia a la primera de las citadas curvas, la curva 1, a, b, c, d, x, es evidente que no puede haber un contacto en los puntos 1, a, b, por lo menos en los puntos 1 y a, debido a la manera como se ha modificado el arco a, b, c, d, e, f en la Figura 9 según el arco z, u, n, p, r, h, g, t.

15 A pesar de eso, para facilitar la comprensión, ha de considerarse primero que hay un contacto en el punto b (los símbolos BD, BH a:s: o que se usaron ahora y en lo que sigue para los puntos, tienen el mismo significado que se les dió en la figura 1, y al pié de ellos se anotará la letra o número relativo al punto que se considerará seguidamente).

20 En el citado punto b donde la altura de los dientes del piñón es, 2,40 mm y la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda dentada es cero, se tiene:

25 
$$\cos b \hat{00}' = \frac{381^2 + 19,10^2 - 365,50^2}{2 \times 381 \times 19,10} = 0,820076$$

$$b \hat{00}' = 34^\circ 54' 27''$$

Si una helice del piñón avanza en una rotación completa (360º) axialmente un paso p' = 57,15 mm (vease 2) para 34º54' 27" avanza



221855

$$BD_b = 57,15 \frac{34^\circ 54' 27''}{360^\circ} = 5,541 \text{ mm} \quad (45)$$

$$\cos b_0'0 = \frac{365,50^2 + 381^2 - 19,10^2}{2 \times 365,50 \times 381} = 0,999552$$

$$b_0'0 = 1^\circ 42' 54''$$

5 Si la helice de la rueda en una rotación completa (360°) avanza axialmente un paso p"=2286 mm (ver (3)), en 1° 42' 54" avanza

$$BH_b = 2286 = \frac{2286 \times 1^\circ 42' 54''}{360^\circ} = 10,890$$

10 Recordando que (Tabla III) la anchura de los huecos de la rueda en la periferia exterior es 22,96 mm, es posible escribir:

$$SH_b = \frac{22,96}{2} = 11,48 \quad (47)$$

15 y por (46) y (47)

$$BS_b = SH_b - BH_b = 11,48 - 10,89 = 0,59 \text{ mm} \quad (48)$$

y por (45) y (48)

$$SD_b = BD_b + BS_b = 5,541 + 0,59 = 6,131 \text{ mm}$$

El espesor que deberían tener los dientes del piñón a la altura de 2,40 mm a fin de que haya un contacto en el punto b debería ser por lo tanto  $2 \times 6,131 = 12,262$  mm. Pero ocurre (Tabla IV) que a la citada altura los dientes del piñón tienen el espesor de 11,608 mm. entonces en el punto considerado b de los dientes del piñón no hay contacto por una diferencia de  $12,262 - 11,608 = 0,654$  mm.



221955

Procediendo ahora exactamente del mismo modo para controlar los contactos de todos los puntos siguientes solo es necesario escribir los cálculos matemáticos.

5 Punto c.- en el cual la altura de los dientes del piñón es de 3,60 mm y la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda es cero.

$$\begin{aligned} \cos c \widehat{OO'} &= \frac{381^2 + 17,90^2 - 365,50^2}{2 \times 381 \times 17,90} = 0,871798 \\ 10 \quad c \widehat{OO'} &= 29^\circ 19'54'' \end{aligned}$$

$$BD_c = 57,15 \frac{29^\circ 19'54''}{360^\circ} = 4,656 \text{ mm} \quad (49)$$

$$\cos c \widehat{O'O} = \frac{365,50^2 + 381^2 - 17,90^2}{2 \times 365,50 \times 381} = 0,999712$$

$$15 \quad c \widehat{O'O} = 1^\circ 22'30''$$

$$BH_c = 2286 \frac{1^\circ 22'30''}{360^\circ} = 8,748 \text{ mm} \quad (50)$$

Pero (tabla III)

$$SH_c = \frac{22,96}{2} = 11,48 \text{ mm} \quad (51)$$

20 resulta debido a (50) y (51)

$$BS_c = SH_c - BH_c = 11,48 - 8,748 = 2,732 \text{ mm} \quad (52)$$

y por (49) y (52)

$$SD_c = BD_c + BS_c = 4,656 + 2,732 = 7,388 \text{ mm}$$

25 ,El espesor que los dientes del piñón deberían tener a la altura de 3,60 mm a fin de tener un contacto en el punto x debería por lo tanto ser de  $2 \times 7,388 = 14,776 \text{ mm}$ ; pero la Tabla IV da el resul-



221955

tado que a la citada altura el espesor de los dientes del piñón es 14,734; por lo tanto no hay contacto en el citado punto C debido a la diferencia de  $14,776 - 14,734 = 0,042$  mm

5 La distancia del punto C del plano de los ejes es (53)  
 $365,50 \text{ sen } 1^{\circ}22'30'' = 365,50 \times 0,023996 = 8,77$  mm (54)

Punto d en el cual la altura de los dientes del piñón es 4,80 mm y la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda es cero.

10  $\cos \widehat{dO'O} = \frac{381^2 + 16,70^2 - 365,50^2}{2 \times 381 \times 16,70} = 0,931180$

$$\widehat{dO'O} = 21^{\circ} 22' 49''$$

$$BD_d = 57,15 \frac{21^{\circ} 22' 49''}{360^{\circ}} = 3,394 \text{ mm} \quad (55)$$

15  $\cos \widehat{dO'O} = \frac{365,50^2 + 381^2 - 16,70^2}{2 \times 365,50 \times 381} = 0,999861$

$$\widehat{dO'O} = 0^{\circ} 57' 15''$$

$$BH_d = 2286 = \frac{0^{\circ} 57' 15''}{360^{\circ}} = 6,058 \text{ mm} \quad (56)$$

20 Pero (Tabla III)  $SH_d = \frac{22,96}{2} = 11,48$  mm (57)

ocurre que debido a (56) y (57)  $BS_d = SH_d = BH_d = 11,48 - 6,058 = 5,422$  mm (58)

y de (55) y (58)

$$SD_d = BD_d + BS_d = 3,394 + 5,422 = 8,816 \text{ mm}$$

25 El espesor de los dientes del piñón debe tener a una altura de 4,80 mm a fin de hacer contacto en el punto d, debe ser por lo tanto, de  $2 \times 8,816 = 17,632$  mm; pero (Tabla IV) a la citada al-



221955

tura el espesor de los dientes del piñón es de 17,36 mm; por lo tanto no hay contacto en el punto d debido a la diferencia  $17,632 - 17,36 = 0,272$  mm

Punto f en el cual la altura de los dientes del piñón es 2,40 mm y la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda es de 1,20 mm

$$\cos \widehat{fOO'} = \frac{381^2 + 19,10^2 - 364,30^2}{2 \times 381 \times 19,10} = 0,880249$$
$$f\widehat{OO'} = 28^\circ 19' 39''$$

$$10 \quad BD_f = 57,15 \frac{28^\circ 19' 39''}{360^\circ} = 4,496 \text{ mm} \quad (59)$$

$$\frac{364,30^2 + 381^2 - 19,10^2}{2 \times 364,30 \times 381} = 0,999690$$

$$f\widehat{O'O} = 1^\circ 25' 37''$$

$$15 \quad BH_f = 2286 \frac{1^\circ 25' 37''}{360^\circ} = 9,061 \text{ mm} \quad (61)$$

Pero (Tabla III)

$$SH_f = \frac{2e+82}{2} = 10,41 \text{ mm} \quad (62)$$

20 resulta que debido a (61) y (62)

$$BS_f = SH_f - BH_f = 10,41 - 9,061 = 1,349 \quad (63)$$

y debido a (59) y (62)

$$SD_f = BD_f + BS_f = 4,496 + 1,349 = 5,845 \text{ mm}$$

25 El espesor que los dientes del piñón debería tener una altura de 2,40 mm a fin de tener un contacto en f debería por lo tanto ser  $2 \times 5,845 = 11,69$  mm pero (Tabla IV) a la citada altura el espesor de los dientes del piñón es de 11,608 mm;



221955

por lo tanto no hay contacto en el punto  $f$  debido a la diferencia de

$$11,69 - 11,608 = 0,082 \text{ mm} \quad (64)$$

5 El punto  $h$  en el que la altura de los dientes del piñón es 1,20 mm y la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda es de 2,40 mm.

$$\cos \widehat{hO'O} = \frac{-381^2 + 20,30^2 - 363,10^2}{2 \times 381 \times 20,30} = 0,887700$$

$$\widehat{hO'O} = 27^\circ 24' 51''$$

10  $BD_f = 57,15 = \frac{27^\circ 24' 51''}{360^\circ} = 4,351 \text{ mm} \quad (65)$

$$\cos \widehat{hO'O} = \frac{363,10^2 + 381^2 - 20,30^2}{2 \times 363,10 \times 381} = 0,999668$$

$$\widehat{hO'O} = 1^\circ 28' 37''$$

15  $BH_h = 2286 \frac{1^\circ 28' 37''}{360^\circ} = 9,378 \quad (66)$

Pero (Tabla III)

$$SH_h = \frac{18,34}{2} = 9,17 \text{ mm.} \quad (67)$$

20 resulta debido a (66) y (67) que

$$BS_h = BH_h - SH_h = 9,378 - 9,17 = 0,208 \text{ mm.} \quad (68)$$

y debido a (65) y (69)

$$SD_h = BD_h - BS_h = 4,351 - 0,208 = 4,143 \text{ mm.}$$

25 El espesor que deben tener los dientes del piñón a una altura de 1,20 mm a fin de obtener contacto en el punto  $h$  debe por lo tanto ser  $2 \times 4,143 = 8,286$  mm. pero es sabido (Tabla IV) que



221955

a una altura de 1,20 mm. los dientes del piñón tienen un espesor de 7,918 mm; por lo tanto no hay contacto en el punto h por una diferencia de  $8,226 - 7,918 = 0,368$  mm.

5 Punto 2 en el que la altura de los dientes del piñón es cero y la profundidad de los espacios entre los dientes de la rueda es 4,80 mm.

$$\cos 200' = \frac{381^2 + 21,50^2 - 360,70^2}{2 \times 381 \times 21,50} = 0,947247$$

10  $200' = 18^\circ 41' 36''$

$$BD_2 = 57,15 \frac{18^\circ 41' 36''}{360^\circ} = 2,967 \text{ mm} \quad (69)$$

$$\cos 20'0 = \frac{360,70^2 + 381^2 - 21,50^2}{2 \times 360,70 \times 381} = 0,999817$$

15  $20'0 = 1^\circ 5' 50''$

$$BH_2 = 2286 \frac{1^\circ 5' 50''}{360^\circ} = 6,967 \text{ mm.} \quad (70)$$

Pero (Tabla III)

20  $SH_2 = \frac{11,28}{2} = 5,64 \text{ mm.} \quad (71)$

Resulta que debido a (70) y (71)

$$BS_2 = BH_2 - SH_2 = 6,967 - 5,64 = 1,327 \text{ mm} \quad (72)$$

debido a (69) y (72)

$$SD_2 = BD_2 - BS_2 = 2,967 - 1,327 = 1,64 \text{ mm}$$

25 El espesor que deben tener los dientes del piñón a altura cero, a fin de que haya contacto en el punto 2, debe por lo tanto ser  $2 \times 1,64 = 3,28$  mm.



221955

pero (Tabla IV) a la altura cero es decir correspondiente a las cabezas de los dientes del piñón el espesor es 3,20 mm. (ver 16) por lo tanto no hay contacto en el punto 2 por una diferencia de 3,28-  
5 3,20 = 0,08 mm.

Ha de recordarse que la distancia entre los puntos e y r en la figura 9 es igual a 0,12 mm. (vease el dibujo de la Figura 9) y ha de recordarse también que el punto 2 se refiere al arco por el cual se obtiene en contacto con el vertice de las roscas de los  
10 dientes del piñón. Pero el arco definitivo de los espacios de la rueda pasa por el punto r por lo tanto, según la figura 9 no hay ya contacto en el punto e con las roscas del vertice de los dientes del  
15 piñón por una diferencia de  $0,12 \times 2 = 0,24$  mm (debe también recordarse que, la figura 9 es simétrica con relación a xx esta es la razón por que la citada medida 0,12 fué multiplicada por 2)

Ocurre así que los puntos e y r (figura 9) se re-  
20 tieren ambos a una profundidad de 4,80 mm de los espacios entre los dientes de la rueda, es decir que se refieren a la profundidad a la que está el punto 2 en la figura 12; el punto 2 coincide también con las roscas del vertice de los dientes del  
25 piñón. Pero se dijo arriba que no hay contacto en el punto 2 por una diferencia de 0,08 mm y no de 0,24 mm. La diferencia real es la citada de medi-



221955

da 0,08 mm, porque según el dibujo en el punto 2, se  
consideró también la distancia para este mismo pun-  
to 2 desde el plano de los ejes y más que nada, por-  
que fueron consideradas las inclinaciones de los  
5 dientes de ambas ruedas referidas al punto 2.

Se ha señalado arriba que no hay contacto  
en el punto c debido a la muy ligera diferencia (53)  
de 0,042 mm y no hay contacto en el punto f debido  
a la diferencia (64) de 0,082 mm. Recordando que  
10 no hay contacto en el punto g debido a la trayectoria  
de la línea E-R en la Figura 10 (mirando desde R ha-  
cia E) tiene que admitirse que hay un contacto del  
punto g hasta muy próximo al punto c y desde el pun-  
to g hasta muy cerca del punto f.

15 Con objeto de demostrar como el contacto  
se extiende realmente, debe demostrarse primeramen-  
te como se extiende el arco de contacto g-f, porque,  
como se ha mencionado arriba la diferencia para ob-  
tener un contacto en el punto f es mayor que la re-  
20 querida para obtener un contacto en punto C.

La busca se hará naturalmente en puntos  
arbitrarios, pero naturalmente escogidos según el  
criterio debido al conocimiento del trabajo.

Punto f. Es primero necesario ver si hay un contac-  
25 to en el punto f' situado en el arco f-g, el cual  
está más cerca al plano de los ejes solamente por  
0,20 mm. (73)



221955

con respecto a la distancia del punto  $f$  desde el mismo plano de los ejes. Esta distancia se encuentra de la manera siguiente.

Primera mente debe recordarse que (60)

5  $\widehat{fO'O} = 1^{\circ} 25' 37''$

La distancia del punto  $f$  desde el plano de los ejes es

$$364,30 \text{ sen } 1^{\circ} 25' 37'' = 364,30 \times 0,024900 = 9,071 \text{ mm}$$

La distancia del punto  $f'$  del plano de los ejes es  
10 por lo tanto

$$9,071 - 0,20 = 8,871 \text{ mm} \quad (74)$$

El resultado de esta resta puede aceptarse porque la muy corta media-cuerda de 0,20 mm. puede confundirse con el radio.

15 El radio del piñón que resulta en el punto  $f'$  se encuentra ahora.

$$\sqrt{364,30^2 - 8,871^2} = 364,192 \text{ mm.}$$

$$381 - 364,192 = 16,808 \text{ mm.}$$

y por lo tanto el radio del piñón en el punto  $f'$  es:

20  $\sqrt{8,871^2 + 16,808^2} = 19,005 \text{ mm}$

y la altura de los dientes del piñón en el punto  $f'$  es

$$21,50 - 19,005 = 2,495 \text{ mm} \quad (75)$$

Procediendo con el mismo método usado arriba, se  
25 obtiene el resultado que:

$$\cos \widehat{f'O'O'} = \frac{381^2 + 19,005^2 - 364,30^2}{2 \times 381 \times 19,005} = 0,884399$$



221855

$$f' \hat{O} O' = 27^{\circ} 49' 21''$$

$$BD = 57,15 \frac{27^{\circ} 49' 21''}{360^{\circ}} = 4,416 \text{ mm} \quad (76)$$

$$\cos f' \hat{O} O' = \frac{364,30^2 + 381^2 - 19,005^2}{2 \times 364,30 \times 381} = 0,999703$$

$$f' \hat{O} O' = 23' 45''$$

$$BH_{f'} = 2286 \frac{1^{\circ} 23' 45''}{360^{\circ}} = 8,863 \text{ mm.} \quad (77)$$

Pero (Tabla III)

$$10 \quad SH_{f'} = \frac{20,82}{2} = 10,41 \text{ mm} \quad (78)$$

resulta que debido a (77) y (78)

$$BS_{f'} = SH_{f'} - BH_{f'} = 10,41 - 8,863 = 1,547 \text{ mm} \quad (79)$$

y debido a (76) y (79)

$$15 \quad SD_{f'} = BD_{f'} + BS_{f'} = 4,416 + 1,547 = 5,963 \text{ mm.}$$

El espesor que los dientes del piñón deben tener a la altura de 2,495 mm a fin de que haya contacto en el punto  $f'$  debe ser por lo tanto  $2 \times 5,963 = 11,926$  mm. Notando en el arco 3,5,6,7,8, 20 9,10 (figura 9) el espesor que tienen los dientes del piñón a una altura (75) de 2,495 mm resulta que hay un contacto en el punto  $f'$ . De hecho, de la figura 9 puede apreciarse que la distancia entre el punto K y su simétrico con respecto al eje de simetría de la Figura 9 está justo entre 11,92 mm y 25 11,92, mm y ésta medida confirma que el contacto tiene lugar en el punto  $f'$



221955

Punto Z (Figura 12) Para este y para los otros puntos siguientes se seguirá el mismo procedimiento ya usado para el punto f'; el punto z está situado en el arco f,g,z, que tiene un radio de 364,30 mm; considerando el punto g;

$$g \hat{O}'O = 0^{\circ}59'30''$$

y por lo tanto la distancia del punto g del plano de los ejes es.

$$364,30 \cos 0^{\circ}59'30'' = 364,30 \times 0,017307 = 6,304 \quad (80)$$

La distancia del punto z al plano de los ejes es por lo tanto

$$6,304 - 0,20 = 6,104 \text{ mm} \quad (81)$$

$$\sqrt{364,30^2 - 6,104^2} = 364,248 \text{ mm}$$

$$381 - 364,248 = 16,752 \text{ mm}$$

El radio del piñón en el punto z es:

$$\sqrt{6,104^2 + 16,752^2} = 17,829 \text{ mm}$$

La altura de los dientes del piñón en el punto z es

$$21,50 - 17,829 = 3,671 \text{ mm}$$

$$\cos z \hat{O}'O = \frac{381^2 + 17,829^2 - 364,30^2}{2 \times 381 \times 17,829} = 0,939546$$

$$z \hat{O}'O = 20^{\circ} 1'28''$$

$$BD_z = \frac{57,15 \times 20^{\circ} 1'28''}{360^{\circ}} = 3,178 \text{ mm} \quad (82)$$

$$\cos z \hat{O}'O = \frac{364,30^2 + 381^2 - 17,829^2}{2 \times 364,30 \times 381} = 0,999857$$

$$z \hat{O}'O = 0^{\circ}57'45''$$

$$BH_z = 2286 \times \frac{0^{\circ} 57' 45''}{360^{\circ}} = 6,111 \text{ mm} \quad (83)$$



221955

Pero (Tabla III)

$$SH_z = \frac{20,82}{2} = 10,41 \text{ mm} \quad (84)$$

por lo tanto, debido a (83) y (84)

5  $BS_z = SH_z - BH_z = 10,41 - 6,111 = 4,299 \text{ mm} \quad (85)$

y debido a (82) y (85)

$$SD_z = BD_z + BS_z = 3,178 + 4,299 = 7,477 \text{ mm}$$

El espesor que deben tener los dientes del piñón a una altura de 3,671 a fin de que hay contacto en el punto g debe ser por lo tanto  $2 \times 7,477 = 14,954 \text{ mm}$ . Leyendo la medida en el dibujo (Figura 9) se obtiene el resultado de que hay un contacto en el punto g. De modo que en el arco f, g, z, hay un contacto desde el punto f' hasta el punto g y la longitud de esta cuerda de la superficie de contacto es igual a la diferencia entre las distancias arriba calculadas (74) y (81) para los puntos f' y a desde el plano del eje, es decir:

$$8,871 - 6,104 = 2,767 \text{ mm}$$

20 Punto x (Figura 12) colocado a 1/3 de la distancia entre los puntos g y d empezando desde d; el punto x está en el piñón a un radio de

$$16,70 + 0,40 = 17,10 \text{ mm} \quad (86)$$

y en la rueda a un radio de

25  $365,50 - 0,40 = 365,10 \text{ mm}$

$$\cos \widehat{x00'} = \frac{381^2 + 17,10^2 - 365,10^2}{2 \times 381 \times 17,10} = 0,932863$$



221955

$$\widehat{x O O'} = 21^{\circ} 6' 51''$$

$$BD_x = 57,15 \frac{21^{\circ} 6' 51''}{360^{\circ}} = 3,351 \text{ mm} \quad (87)$$

$$\cos \widehat{x O' O} = \frac{305,10^2 + 381^2 - 17,10^2}{2 \times 365,10 \times 381} = 0,999857$$

$$\widehat{x O' O} = 0^{\circ} 58' 10''$$

$$BH_x = 2286 \frac{0^{\circ} 58' 10''}{360^{\circ}} = 6,155 \text{ mm} \quad (88)$$

La anchura de los espacios de la rueda a la profundidad de 0,40 mm, como puede verse en el dibujo de la Figura 9, es 22,20 mm de modo que:

$$SH_x = \frac{22,20}{2} = 11,10 \text{ mm} \quad (89)$$

por lo tanto, debido a (88) y (89)

$$BS_x = SH_x - BH_x = 11,10 - 6,125 = 4,495 \text{ mm} \quad (90)$$

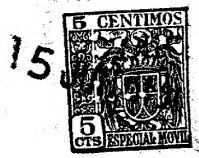
y a (83) y (84)  $(SB_x = BD_x + BS_x = 3,351 + 4,495 = 8,296 \text{ mm})$

El espesor que deben tener los dientes del piñón (considerando el valor de 21,50 mm del radio externo del piñón y el valor calculado arriba (86)) a la altura de

$$21,50 - 17,10 = 4,40 \text{ mm}$$

a fin de que haya un contacto en el punto  $x$  debe ser por lo tanto;  $2 \times 8,296 = 16,592 \text{ mm}$ . Leyendo la medida en el dibujo (Figura 9) éste da el resultado de que hay un contacto en  $x$ .

La distancia del punto  $x$  al plano de los ejes es  $365,10 \text{ sen } 0^{\circ} 58' 10'' = 365,1 \times 0,016919 = 6,17 \text{ mm} \quad (91)$



221955

Punto c situado en el centro del arco c-d y por lo tanto distante 0,60 mm de la circunferencia  $r=16,70$  mm del piñón, es decir que está en el piñón a un radio de:

$$16,70 + 0,60 = 17,30 \text{ mm}$$

5 y a una profundidad cero de los espacios entre dientes de la rueda dentada

$$\cos \hat{c'O'O'} = \frac{381^2 + 17,30^2 - 365,50^2}{2 \times 381 \times 17,30} = 0,900432$$

$$c'O'O' = 25^\circ 51' 13''$$

$$BD_{c'} = 57,15 \frac{25^\circ 51' 13''}{360^\circ} = 4,104 \quad (93)$$

10  $\cos \hat{c'O'O} = \frac{365,50^2 + 381^2 - 17,30^2}{2 \times 365,30 \times 381} = 0,999788$

$$c'O'O = 1^\circ 10' 50''$$

$$BH_{c'} = 2286 \frac{1^\circ 10' 50''}{360^\circ} = 7,496 \text{ mm.} \quad (94)$$

pero el dibujo (Fig.9)  $SH_{c'} = \frac{22,96}{2} = 11,48$  (95)  
de modo que debido a (94) y (95)

15  $BS_{c'} = SH_{c'} - BH_{c'} = 11,48 - 7,496 = 3,984 \text{ mm.} \quad (96)$

y de (93) y (96)  $\left\{ SD_{c'} = BD_{c'} + BS_{c'} = 4,104 + 3,984 = 8,088 \text{ mm.} \right.$

El espesor que deben tener los dientes del piñón (considerando el radio externo del piñón de 20 21,50 mm. y el valor (92) calculado arriba) a una altura

$$21,50 - 17,30 = 4,20 \text{ mm.}$$

a fin de que haya un contacto en el punto c' debe por lo tanto ser  $2 \times 8,088 = 16,176$  mm. Leyendo la medida 25 en el dibujo (Fig. 9) da el resultado de 16,10 mm. Por lo tanto no hay contacto en el punto c' debido a



221955

una diferencia de  $16,176 - 16,10 = 0,076$  mm. (97)

Resumiendo: sabiendo que hay un contacto en los puntos  $f'$   $g'$   $z$   $x$  juntando estos cuatro puntos y haciendo que la línea de unión pase ligeramente por debajo de los puntos  $g'$  y  $c$  (más por debajo del punto  $c'$  porque así la diferencia es (53)  $0,042$  mm.) como consecuencia lógica, hay un contacto en toda la superficie comprendida dentro de la línea  $f, g, z, x, c', c, f'$ .

Es posible expresar la idea matemáticamente sobre lo que la línea de conexión tiene que pasar por debajo de los puntos  $c'$  y  $c$  recordando que en el punto  $f$  no hay contacto (64) debido a la diferencia de  $0,032$  mm. y que el contacto en el punto  $f'$  dista (73) del punto  $f$  solamente  $0,2$  mm. A fin de tener una idea exacta de este trabajo debe recordarse que el dibujo (Fig. 12) está a una escala que es tres veces el tamaño real y que por lo tanto muestra la superficie de contacto aumentada nueve veces con relación a la verdadera, por lo tanto los puntos de unión escogidos están muy cerca los unos de los otros.

De hecho, todos los puntos distan el uno del otro  $1,20$  mm. excepto por la distancia entre los puntos  $f'$  y  $g$ , ya que esta distancia es, según se calcula de (80) y (74)

$$8,371 - 5,804 = 2,567 \text{ mm.}$$

Procediendo con el mismo método ocurre que: el punto  $h'$  situado en el arco  $h-i$  y más cerca al plano de los ejes con respecto al punto  $h$  por  $0,90$  mm.



221955

$$\hat{h}\hat{O}'\hat{O} = 1^{\circ} 28' 37''$$

La distancia al punto  $h$  desde el plano de los ejes es

$$363,10 \text{ sen } 1^{\circ} 28' 37'' = 363,10 \times 0,025774 = 9,358 \text{ mm. (98)}$$

La distancia al punto  $h'$  desde el plano de los ejes es por lo tanto

$$\sqrt{\frac{9,385 - 0,90}{363,10^2 - 8,458^2}} = 8,458 \text{ mm. (99)}$$

$$361 - 363,001 = 17,999 \text{ mm.}$$

El punto  $h'$  está por lo tanto en el piñón a un radio de

$$\sqrt{8,458^2 + 17,999^2} = 19,887$$

y en los dientes de la rueda a una altura igual a

$$21,50 - 19,887 = 1,613 \text{ mm. (100)}$$

$$\text{Ahora bien, } \cos \hat{h}'\hat{O}'\hat{O} = \frac{361^2 + 19,887^2 - 363,10^2}{2 \times 361 \times 19,887} = 0,905047$$

$$\hat{h}'\hat{O}'\hat{O} = 25^{\circ} 10' 13''$$

$$BD_{h'} = 57,15 \frac{25^{\circ} 10' 13''}{360^{\circ}} = 3,995 \text{ mm. (101)}$$

$$\cos \hat{h}'\hat{O}'\hat{O} = \frac{363,10^2 + 361^2 - 19,887^2}{2 \times 363,10 \times 361} = 0,999728$$

$$\hat{h}'\hat{O}'\hat{O} = 1^{\circ} 20' 10''$$

$$BH_{h'} = 2286 \frac{1^{\circ} 20' 10''}{360^{\circ}} = 8,484 \text{ (102)}$$

Pero en el dibujo (Fig.9) para la profundidad considerada resulta que

$$SH_{h'} = \frac{18,34}{2} = 9,17 \text{ mm. (103)}$$

Debido a (102) y (103) resulta por lo tanto que

$$BS_{h'} = SH_{h'} - BH_{h'} = 9,17 - 8,484 = 0,686 \text{ mm.}$$

y de (101) y (104)



221955

$$SD_{h'} = ED_{h'} + DS_{h'} = 3,995 + 0,686 = 4,681 \text{ mm.} \quad (104)$$

El espesor que los dientes del piñón deben tener a la altura de 1,613 mm. (105)

5 para que haya un contacto en el punto  $h'$  debe por lo tanto ser  $2 \times 4,681 = 9,362$  mm. Leyendo la medida en el dibujo (Fig. 9) resulta que hay un contacto en el punto  $h'$

10 Punto r situado en la prolongación del arco  $h-i$  y más próximo al plano de los ejes, con respecto al punto  $l$ , por 0,70 mm.  $\hat{i} O' l = 1^\circ 1' 40''$

La distancia al punto  $l$  del plano de los ejes es  $363,10 \text{ sen } 1^\circ 1' 40'' = 363,10 \times 0,017937 = 6,512 \text{ mm.}$

La distancia del punto  $r$  del plano de los ejes es:

$$15 \quad 6,512 - 0,70 = 5,812 \text{ mm.} \quad (106)$$

$$\sqrt{363,10^2 - 5,812^2} = 363,053 \text{ mm.}$$
$$381 - 363,053 = 17,947 \text{ mm.}$$

El punto  $r$  está situado en el piñón, correspondiendo a un radio de

$$20 \quad \sqrt{5,812^2 + 17,947^2} = 18,864 \text{ mm.}$$

y a una altura en los dientes del piñón correspondiente a  $21,50 - 18,864 = 2,636$  mm. (107)

Ahora bien

$$\cos r O O' = \frac{381^2 + 18,864^2 - 363,10^2}{2 \times 381 \times 18,864} = 0,951364$$
$$25 \quad r O O' = 17^\circ 56' 34''$$

$$ED_r = 57,15 - \frac{17^\circ 56' 36''}{360^\circ} = 2,848 \text{ mm.} \quad (108)$$



221 955

$$\cos \widehat{rO'O} = \frac{363,10^2 + 381^2 - 18,864^2}{2 \times 363,10 \times 381} = 0,999871$$

$$r \widehat{O'O} = 0^\circ 55' 15''$$

$$5 \quad BH_r = 2286 - \frac{0^\circ 55' 15''}{360^\circ} = 5,847 \quad (109)$$

Pero, del dibujo (Figura 9), la profundidad considerada se encuentra que es  $SH_2 = \frac{18,34}{2} = 9,17$  (110) y resulta que, debido a (110) y (109)

$$BS_r = SH_r - BH_r = 9,17 - 5,847 = 3,323 \text{ mm} \quad (111)$$

10 y de (108) y (III)

$$SD_r = BD_r + BS_r = 2,848 + 3,323 = 6,171 \text{ mm}$$

El espesor de los dientes del piñón deben tener a la altura (107) 2,636 mm. a fin de que haya un contacto en el punto n, debe por lo tanto ser

15  $2 \times 6,171 = 12,342 \text{ mm}$ . Leyendo la medida en el dibujo

(Figura 9) resulta que hay un contacto en el punto r.

Punto l' colocado en la prolongación del arco n-l y situado 1 mm más allá del plano de los ejes con respecto al punto l,

$$20 \quad lO'O = 1^\circ 3' 30''$$

La distancia del punto l del plano de los ejes es:

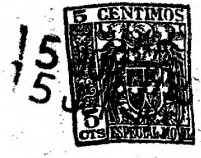
$$36,90 \text{ sen } 1^\circ 3' 30'' = 361,90 \times 0,018470 = 6,684 \quad (112)$$

La distancia del punto l' del plano de los ejes es (113)

$$6,684 + 1 = 7,684 \text{ mm}$$

$$25 \quad \sqrt{361,90^2 - 7,684 \text{ mm}^2} = 361,818 \text{ mm}$$

$$381 - 361,818 = 19,182 \text{ mm}$$



221955

El punto l' está situado en el piñón a un radio de

$$\sqrt{7,684^2 \times 19,182^2} = 20,663 \text{ mm}$$

y a una altura en los dientes de

$$21,50 - 20,663 = 0,837 \text{ mm} \quad (114)$$

5 Ahora bien  $\cos \widehat{l'O'O} = \frac{381^2 + 20,663^2 - 361,90^2}{2 \times 381 \times 20,663} = 0,928306$

$$\widehat{l'O'O} = 21^{\circ} 49' 40''$$

BD<sub>e</sub>' = 57,15  $\frac{21^{\circ} 49' 40''}{360^{\circ}} = 3,465 \text{ mm} \quad (115)$

10  $\cos \widehat{l'O'O} = \frac{361,90^2 \times 381^2 - 20663^2}{2 \times 361,90 \times 381} = 0,999774$

$$\widehat{l'O'O} = 1^{\circ} 13' 0''$$

BH<sub>1</sub>' = 2236  $\frac{1^{\circ} 13' 0''}{360^{\circ}} = 7,725 \text{ mm} \quad (116)$

15 Pero en el dibujo (Figura 9) para la profundidad considerada, se nota que es SH<sub>1</sub>' =  $\frac{15,24}{2} = 7,62$  (117) resulta que debido a

(116) y (117) SH<sub>e</sub>' = BH<sub>1</sub>' - SH<sub>1</sub>' = 7,725 - 7,62 = 0,105 mm (118) y de (115) y (116)

20 SD<sub>e</sub>' = BD<sub>e</sub>' - BS<sub>e</sub>' = 3,465 - 0,105 = 3,36 mm

El espesor que los dientes del piñón deben tener a una altura de

$$0,837 \text{ mm.} \quad (119)$$

para que haya contacto en el punto l' debe por lo

25 tanto ser 2x 3,36 = 6,72 mm. Leyendo la medida en el dibujo (Figura 9) resulta que hay un contacto en el punto l';



221955

Punto n situado en la prolongación del arco que pasa por l y más cerca al plano de los ejes con respecto al mismo l de 1,10 mm.

Se ha notado (112) que la distancia del punto l del plano de los ejes es 6,684 mm. por lo tanto el punto n dista del plano de los ejes.

$$6,684 - 1,10 = 5,584 \text{ mm} \quad (120)$$

$$\sqrt{361,90^2 - 5,584^2} = 361,856 \text{ mm}$$

$$381 - 361,856 = 19,144 \text{ mm}$$

El punto n está en el piñón a un radio de

$$\sqrt{5,584^2 + 19,144^2} = 19,941 \text{ mm}$$

y en el piñón a una altura de

$$21,50 - 19,941 = 1,559 \text{ mm}$$

ahora bien  $\cos n \hat{O}O' = \frac{381^2 + 19,941^2 - 361,90^2}{2 \times 381 \times 19,941} = 0,959988$

$$n\hat{O}O' = 16^{\circ}15'38''$$

$$BD_n = 57,15 \times \frac{16^{\circ}15,38''}{360^{\circ}} = 2,581 \text{ mm} \quad (121)$$

$$\cos n\hat{O}'O = \frac{361,90^2 + 381^2 - 19,941^2}{2 \times 361,90 \times 381} = 0,999880$$

$$n\hat{O}'O = 0^{\circ}53'15''$$

$$BH_n = 2286 \times \frac{0^{\circ}53'15''}{360^{\circ}} = 5,635 \text{ mm} \quad (122)$$

Pero del dibujo (Figura 9), para la profundidad considerada

$$SH_n = \frac{15,24}{2} = 7,62 \text{ mm} \quad (123)$$

resulta, debido a (123) y (122) que

15



221955

$$BS_n = SH_n - BH_n = 7,62 - 5,635 = 1,985 \quad (124)$$

y, por (121) y (122)

$$SD_n = BD_n + BS_n = 2,581 + 1,985 = 4,566 \text{ mm,}$$

El espesor que deben tener los dientes del piñón a una altura de 1,559 mm. para que haya un contacto en el punto  $n$  debe por lo tanto ser  $2 \times 4,566 = 9,132$  mm. Leyendo la medida en el dibujo (Figura 9) ésta muestra que hay contacto en el punto  $n$ .

Punto  $2a$  situado en el arco  $2-s$  y más cerca al plano de los ejes con respecto al punto  $2$  por 0,20 mm.

$$\widehat{20} = 1^{\circ}5'50''$$

La distancia del punto  $2$  desde el plano de los ejes es:

$$360,70 \text{ sen } 1^{\circ}5'50'' = 360,70 \times 0,019148 = 6,906 \text{ mm} \quad (125)$$

La distancia del punto  $2a$  desde el plano de los ejes es por lo tanto

$$6,906 - 0,20 = 6,706 \text{ mm} \quad (126)$$

$$\sqrt{360,70^2 - 6,706^2} = 360,637 \text{ mm}$$

$$381 - 360,637 = 20,363 \text{ mm}$$

El punto  $2a$  está situado en el piñón en un radio:

$$\sqrt{6,706^2 + 20,363^2} = 21,438 \text{ mm}$$

y los dientes del piñón a una altura de

$$21,50 - 21,438 = 0,062$$

Ahora bien

$$\cos 2a \widehat{00} = \frac{381^2 + 21,438^2 - 360,70^2}{2 \times 381 \times 21,438} = 0,949826$$

$$2a \widehat{00} = 18^{\circ} 13' 36''$$

$$BD_{2a} = 57,15 \frac{18^{\circ} 13' 36''}{360^{\circ}} = 2,893 \text{ mm} \quad (127)$$



221955

$$\cos 2\alpha \widehat{O'O} = \frac{360,70^2 + 381^2 - 21,438^2}{2 \times 360,70 \times 381} = 0,999827$$

$$2\alpha \widehat{O'O} = 1^{\circ}4'0''$$

$$BH_{2a} = 2286 \frac{1^{\circ}4'0''}{360^{\circ}} = 6,773 \text{ mm} \quad (128)$$

5 Pero del dibujo (Figura 8) para la profundidad considerada se tiene que

$$SH_{2a} = \frac{11,28}{2} = 5,64 \quad (129)$$

Debido a (128) y (129)

$$BS_{2a} = BH_{2a} - SH_{2a} = 6,773 - 5,64 = 1,133 \quad (130)$$

10 y debido a (127) y (130)

$$SD_{2a} = BD_{2a} - BS_{2a} = 2,893 - 1,133 = 1,76 \text{ mm}$$

El espesor que los dientes del piñón deben tener a una altura de 0,062 mm. a fin de tener un contacto en el punto 2a debe ser por lo tanto  $2 \times 1,76 = 3,52$  mm. Leyendo la medida en el dibujo (Figura 8) da el resultado que hay en contado en el punto 2a.

15

Punto 2b situado en el arco 2-s y más cerca al plano de los ejes, con relación al punto 2, por 1,20 mm.

20

Ya es sabido que (125) la distancia del punto 2 del plano del eje es 6,906 mm; y por lo tanto la distancia del punto 2b desde el plano de los ejes es:

$$68906 - 1,20 = 5,706 \text{ mm}$$

25

$$\sqrt{360,70^2 - 5,706^2} = 360,654 \text{ mm}$$

$$381 - 360,654 = 20,346 \text{ mm}$$

El punto 2b está situado en el piñón a una radio de

$$5,706^2 + 20,346^2 = 21,130 \text{ mm}$$



955

y en el diente del piñón a la altura de

$$21,50 - 21,13 = 0,37 \text{ mm}$$

$$\cos 2b\widehat{O}O' = \frac{381^2 + 21,13^2 - 360,70^2}{2 \times 381 \times 21,13} = 0,962857$$

5  $2b\widehat{O}O' = 15^\circ 39' 53''$

$$BD_{2b} = 57,15 \frac{15^\circ 39' 53''}{360^\circ} = 2,486 \text{ mm} \quad (131)$$

$$\cos 2b\widehat{O}'O = \frac{360,70^2 + 381^2 - 21,13^2}{2 \times 360,70 \times 381} = 0,999874$$

10  $2b\widehat{O}'O = 0^\circ 54' 30''$

$$BH_{2b} = 2286 \frac{0^\circ 54' 30''}{360^\circ} = 5,767 \text{ mm} \quad (132)$$

Pero del dibujo (Figura 9) para la profundidad considerada se tiene que

15  $SH_{2b} = \frac{11,26}{2} = 5,64 \text{ mm} \quad (133)$

Así debido a (132) y (133)

$$BS_{2b} = BH_{2b} - SH_{2b} = 5,767 - 5,64 = 0,127 \text{ mm} \quad (134)$$

y por (131) y (134)

$$SD_{2b} = ED_{2b} = BS_{2b} = 2,486 - 0,127 = 2,359 \text{ mm}$$

20 El espesor que los dientes del piñón deben tener a una altura de 0,37 mm. a fin de hacer contacto en el punto 2b debe ser por lo tanto  $2 \times 2,359 = 4,718$  mm. Leyendo la medida en el dibujo (Figura 9) se verá que hay un contacto en el punto 2b.

25 Punto s que está más cerca al plano de los ejes con respecto al punto 2 por 2,40 mm.

Es sabido (124) que la distancia del punto 2



221955

desde el plano de los ejes es 6,906 mm; por lo tanto la distancia del punto g desde la plano de los ejes es

$$6,906 - 2,40 = 4,506 \text{ mm} \quad (135)$$

$$\sqrt{360,70^2 - 4,506^2} = 360,71 \text{ mm}$$

$$381 - 360,71 = 20,329 \text{ mm.}$$

El punto g está en el piñón a un radio de

$$\sqrt{4,506^2 + 20,329^2} = 20,822 \text{ mm}$$

lo y en los dientes del piñón a una altura de

$$21,50 - 20,822 = 0,678 \text{ mm}$$

Ahora bien,  $\cos s00' = \frac{381^2 + 20,822^2 - 360,70^2}{2 \times 381 \times 20,822} = 0,976,283$

$$s00' = 12^\circ 30' 12''$$

$$BD_s = 57,15 \frac{12^\circ 30' 12''}{360^\circ} = 1,984 \quad (136)$$

$$\cos \widehat{S0'O} = \frac{360,70^2 + 381^2 - 20,822^2}{2 \times 360,70 \times 381} = 0,999921$$

$$S0'O = \frac{0^\circ 43' 15''}{0^\circ 43' 15''} =$$

$$BH_s = 2286 \frac{0^\circ 43' 15''}{360^\circ} = 4,577 \text{ mm}$$

Pero del dibujo (Figura 9) para la profundidad considerada se tiene que

$$SH_s = \frac{11,28}{2} = 5,64 \text{ mm} \quad (138)$$

25 Así debido a (138) y (137)

$$ES_s = SH_s - BH_s = 5,64 - 4,577 = 1,063 \text{ mm} \quad (139)$$

y para (136) y (139)



221955

$$SD_s = BD_s + BS_s \approx 1,984 \pm 1,063 = 3,047 \text{ mm}$$

El espesor que los dientes del piñón deben tener a la altura 0,678 mm a fin de que tengan contacto en el punto a debe ser por lo tanto  $2, \times 3,047 =$   
5 6,094 mm. Leyendo la medida en el dibujo se verá que hay un contacto en el punto s.

La manera en la cual el contacto sobre el arco 2-r se extiende será ahora examinada; es decir, el contacto entre las roscas de la cabeza de los  
10 dientes del piñón y los espacios de la rueda que se extienden a lo largo del arco 2-v.

Ya es sabido que en el punto 2 en el cual la profundidad de los espacios de la rueda es 4,80 mm no hay contacto.

15 Considerese (Figura 12) el punto 3a en el radio 21,50 mm a la profundidad de 5,10 mm de los espacios de la rueda y por lo tanto distante de O1

$$3 \text{ a } O' = 360,40 \text{ mm}$$

$$\cos 3 \text{ a } \widehat{OO'} = \frac{381^2 + 421,50^2 - 360,40^2}{2 \times 381 \times 21,50} = 0,96,0452(140)$$

20

$$3 \text{ a } \widehat{OO'} = 16^\circ 10' 2''$$

$$nh_{3a} = 57,15 \quad \frac{16^\circ 16' 2''}{360^\circ} = 2,566 \text{ mm}$$

(Para recordar el significado de nh ver la Figura 8)

$$25 \quad \cos 3a \widehat{O'O} = \frac{360,40^2 + 381^2 - 21,50^2}{2 \times 360,40 \times 381} = 0,999862$$

$$3 \text{ a } \widehat{O'O} = 0^\circ 57' 0'' \quad (142)$$

$$ne_{3a} = 2286 \quad \frac{0^\circ 57' 0''}{360^\circ} = 6,032 \quad (143)$$

15



221955

(Como recordatorio del significado de ne, ver la figura 8)

Pero debido a (143) y (141)

5  $he_{3a} = ne_{3a} - nh_{3a} = 6,032 - 2,566 = 3,466 \text{ mm}$  (144)  
 (como recordatorio del significado de hi y el significado del simbolo siguiente ie veasé la Figura 8)

$$hi = \frac{3,20}{2} = 1,60 \text{ mm. (vease (16)) (145)}$$

y de (145) y (144)

10  $ie_{3a} = hi + he_{3a} = 1,60 + 3,466 = 5,066 \text{ mm}$

La anchura de los espacios entre los dientes de la rueda a una profundidad de 5,10 mm, a fin de que haya un contacto con las roscas del vertice de los dientes del piñón, debe ser por lo tanto  
 15  $2 \times 5,0666 = 10,132 \text{ mm}$ . Leyendo la medida correspondientes a la profundidad de 5,10 mm. en el arco g,h,r,p,n,u,z en la Figura 9, resulta que para el citado punto 3a hay un contacto.

La distancia del citado punto de contacto  
 20 3a del plano de los ejes O'O' debido a (140) y (142) es:

$$360,30 \text{ sen } 0^{\circ}57'0'' = 360,40 \times 0,016580 = 5,97 \text{ mm. (146)}$$

Considere (Figura 12) el punto 4a (Figura 12) en el radio de 21,50 mm del piñón a la profundidad de  
 25 5,30 mm de los espacios entre los dientes de la rueda y por lo tanto distancia de O'

$$4 \text{ a } O' = 360,30 \text{ mm}$$



221955

$$\cos 4a \hat{0}0' = \frac{381^2 + 21,50^2 - 360,30^2}{2 \times 381 \times 21,50} = 0,969249$$

$$4a \hat{0}0' = 14^\circ 14' 45''$$

5 Usando para los simbolos el mismo metodo que se usó cuando se consideró el punto 3a se tiene que

$$nh_{4a} = 57,15 \frac{14^\circ 14' 45''}{360^\circ} = 2,261 \text{ mm} \quad (148)$$

$$\cos 4a \hat{0}'0 = \frac{360,20^2 + 381^2 - 21,50^2}{2 \times 360,20 \times 381} = 0,999892 \quad (149)$$

10  $4a \hat{0}'0 = 0^\circ 50' 30'' \quad (149)$

$$ne_{4a} = 2286 \frac{0^\circ 50' 30''}{360} = 5,344 \text{ mm} \quad (150)$$

Poro debido a (148) y (150) se tiene

$$he_{4a} = ne_{4a} - nh_{4a} = 5,344 - 2,261 = 3,083 \text{ mm} \quad (151)$$

15  $hi = \frac{3,20}{2} = 1,60 \text{ mm} \quad (\text{ver } (16))$

y por (152) y (151) resulta que

$$ie_{4a} = hi + he_{4a} = 1,60 + 3,083 = 4,683 \text{ mm}$$

20 La anchura que los espacios entre los dientes de la rueda deben tener a la profundidad de 5,30 mm para que haya un contacto con las roscas del vertice de los dientes del piñón en correspondencia con el punto 4a, debe ser por lo tanto  $2 \times 4,683 = 9,366 \text{ mm}$ .  
Leyendo la medida correspondiente a la profundidad  
25 5,30 mm. en el arco g,g,r,p,n,u,z. en la Figura 9 es evidente que para el citado punto 4a hay un contacto.

Considerando (Figura 12) el punto y en lel



221955

radio 21,50 mm del piñón a la profundidad 5,60 mm de los espacios entre los dientes de la rueda y por lo tanto distante de O' :

$$vO' = 365,50 - 5,60 = 359,90 \text{ mm.} \quad (153)$$

5 El citado punto corresponde al vertice del triangulo curvilíneo que define el perfil citado de la superficie de contacto.

$$\cos \widehat{vOO'} = \frac{381^2 + 21,50^2 - 359,90^2}{2 \times 381 \times 21,50} = 0,982435$$

10  $\widehat{vOO'} = 10^\circ 45' 16''$

$$nh_v = 57,15 \frac{10^\circ 45' 10''}{360^\circ} = 1,707 \text{ mm} \quad (154)$$

$$\cos \widehat{vO'O} = \frac{359,90^2 + 381^2 - 21,50^2}{2 \times 359,90 \times 381} = 0,999937$$

15  $\widehat{vO'O} = 0^\circ 38' 30'' \quad (155)$

$$ne_v = 2286 \frac{0^\circ 38' 30''}{360^\circ} = 4,074 \text{ mm} \quad (156)$$

Pero debido a (154) y (156) se tiene

$$he_v = ne_v - nh_v = 4,074 - 1,707 = 2,367 \text{ mm} \quad (157)$$

20  $hi = \frac{3,20}{2} = 1,60 \text{ (ver 16)}$

y por (158) y (157), ocurre que

$$ie_v = hi + he_v = 1,60 + 2,367 = 3,967 \text{ mm}$$

25 La anchura que los espacios de las ruedas deben tener a la profundidad de 5,60 mm, hará que haya un contacto con las oscas de la cabeza de los dientes del piñón en el punto v debe por lo tan-



221255

to ser igual a  $2 \times 3,967 = 7.934$ . Leyendo la medida correspondiente a la profundidad 5,60 mm. en el arco g,h,r,p,n,u,v,z, en la figura 9 se verá que para el citado punto v hay un contacto

5 La distancia del punto v desde el plano de los ejes, para (153) y (155) es igual a  $359,90 \text{ sen } 0^\circ 38' 30'' = 359,90 \times 0,011199 = 4,03 \text{ mm}$  (159)  
En el arco 2-v, los citados puntos de contacto 3a, 4a y v (Figura 12) fueron determinados con objeto  
10 de demostrar la continuidad de contacto en el mismo arco, a pesar de que estaba confirmado por la distancia muy corta de un punto al otro. De modo que lo que se hizo en los arcos c-d, f-z, h-r, i-n 2-s, se ha repetido en el arco 2-v. Es evidente que juntando y uniendo con cuidado todos los puntos extre-  
15 mos de los citados arcos, resultará la superficie de contacto comprendida en la línea v, s,h,r,z,x,c, f,h,l, 2a,3a,4a, v, (como se ha afirmado)

A fin de facilitar la ejecución del dibujo del perfil externo de la citada superficie de  
20 contacto los valores calculados se han incorporado en la siguiente tabla.

#### T A B L A V

Distancia desde el plano de los ejes de los puntos  
25 del perfil de la superficie de contacto.

Punto e dista	8,77 mm	(54)
Punto x dista	6,17 mm	(91)



221955

	Punto f' dista	8,87 mm	(74 )
	Punto z dista	6,10 mm	(81)
	Punto h' dista	8,45 mm	(99)
	Punto r dista	5,81 mm	(106)
5	Punto l' dista	7,68 mm	(113)
	Punto n dista	5,58 mm	(120)
	Punto 2a dista	6,70 mm	(126)
	Punto s dista	4,50 mm	(135)
	Punto 3a dista	5,97 mm	(146)
10	Punto v dista	4,03 mm	(159)

Todo ello confirma por lo tanto la existencia de las características de los dientes afirmadas al principio.

Habiendo así dibujado la superficie de contacto es posible también encontrar su extensión siguiendo cualquiera de los muchos métodos conocidos: esto resulta con gran aproximación, para el ejemplo mostrado en una cifra de  $14 \text{ mm}^2$ .

Hay una superficie de dicha clase para cada par de dientes en contacto según el invento; es continua, es constante, es decir que no sufre variaciones en su forma, sus dimensiones ni su posición durante la rotación de las ruedas excepto por las consideraciones de aspecto secundario que no vale la pena considerar aquí.

Esta solicitud que corresponde a la presentada en Italia, el 24 de Mayo de 1954 con el No.



221955

517,220, se acoge a los beneficios del artículo 51 del vigente Estatuto Ley, sobre Propiedad Industrial.

NOTA -

15                    Los puntos de invención propia y nueva que se presentan para que sean objeto de esta Patente de Invención en España por VEINTE años, son los siguientes:

20                    1.- Un sistema de engranajes reversible, que tiene dientes helicoidales, entre ejes paralelos, con inclinaciones diferentes de las helices de los dientes del piñón y los de la rueda dentada, pero que tienen pasos axiales iguales para los dientes de la rueda dentada y los del piñón, y con un  
25                    contacto desplazado con respecto al plano de los ejes, caracterizado porque las formas laterales de las secciones de los dientes en un plano perpendicu-



# 221955

lar a la helice de los dientes o en un plano perpen-  
dicular al eje de rotación y hasta en un plano que  
pasa a lo largo del eje de rotación, estan cada una  
constituida por un solo arco de circulo para el pi-  
5 ñón y para la rueda dentada.

2.- Un sistema de engranajes, según se  
reivindica en el punto 1a, caracterizado porque los  
centros de los arcos de circulo de las citadas for-  
mas, estan, para el piñón, dentro de la tangente al  
10 circulo de la linea de la raíz de los dientes y,  
para la rueda dentada, fuera del circulo exterior  
de los dientes, de modo que el espesor de las for-  
mas aumenta constantemente desde la cabeza a la  
raíz p<sup>a</sup> el piñón y p<sup>a</sup> la rueda dentada.

15 3.- Un sistema de engranajes según se  
reivindica en los puntos 1 y 2, caracterizado por-  
que el contacto entre un diente del piñón y un  
diente de la rueda dentada ocurre en una superfi-  
cie de contacto que está desplazada con respecto  
20 al plano de los ejes y está completamente fuera  
del mismo, en un lado o en el otro, según la di-  
rección de rotación, siendo el perfil, la exten-  
sión y la distancia desde el plano de los ejes de  
la citada superficie de contacto, función de las  
25 inclinaciones de las helices de los dientes de la  
rueda dentada y del piñón y teniendo sustancial-  
mente la forma de un triangulo curvilíneo con



221955

el lado corto o base dirigido hacia el plano de los ejes y teniendo los lados curvilíneos largos extendiéndose aproximadamente en una dirección a lo largo del plano de los ejes.

5                   4.- Un sistema de engranajes según se reivindica en los puntos 1 a 3, caracterizado porque el vértice de encuentro de los lados curvilíneos más largos del triángulo curvilíneo que constituye el perímetro de la superficie de contacto está más  
10 cerca del plano de los ejes que el otro lado o base del triángulo.

                  5.- Un sistema de engranajes según se reivindica en los puntos 1 a 4, caracterizado porque el centro de gravedad, que puede estimarse como el  
15 centro de gravedad de la línea longitudinal media, y en cuyo centro de gravedad de la superficie de contacto puede considerarse concentrada la carga de los dos dientes en contacto, está más cerca a la  
raíz del diente de la rueda dentada que de la raíz  
20 del diente del piñón y esto con relación a lo que es razonablemente conveniente con respecto a los diferentes espesores de las secciones de las líneas de la raíz de los dientes del piñón y de la rueda,  
por lo que la presión unitaria en los varios puntos  
25 de la superficie de contacto es variable.

                  6.- Un sistema de engranaje según se reivindica en los puntos 1 a 5, caracterizado porque



321955

5 el contacto entre cualquiera de los dientes del piñón y de la rueda dentada que están engranando ocurre según la citada superficie de contacto, que está fija en el espacio, de forma y dimensiones constante, y continuamente presente durante la rotación de las ruedas.

10 7.- Un sistema de engranajes según cualquiera de los puntos 1 a 6, caracterizado porque entre los lados laterales de la sección transversal de los dientes y el cilindro en la raíz de los dientes, y la línea exterior de los dientes, hay líneas suaves a fin de eliminar aquellas partes de los dientes donde ocurriría la mayor presión unitaria.

15 8.- Un sistema de engranajes reversible Tal y como se ha descrito en la Memoria que antecede, e ilustrado en los dibujos que se acompañan y para los fines que se han especificado.

Esta Memoria consta de sesenta y ocho hojas escritas a máquina por una sola cara.

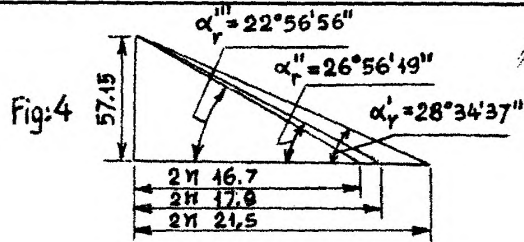
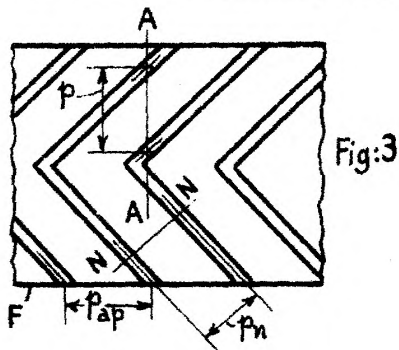
Madrid,

37 JUN. 1955

P. A.

Alberto de Eizaburu  
*Alberto de Eizaburu*





221955

